

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA



DIOGO LIMA DE ARAÚJO

Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional

Canoas, Dezembro de 2009



DIOGO LIMA DE ARAÚJO

Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica da ULBRA como um dos requisitos obrigatórios para a obtenção do grau de Engenheiro Eletricista

Departamento:

Engenharia Elétrica

Área de Concentração

Instrumentação eletroeletrônica

Professor Orientador:

Dr. Eng. Eletr. Luis Fernando Espinosa Cocian - CREA-RS: 88.866-D

Local: Canoas

Ano: 2009



FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome do Autor: Diogo Lima de Araújo

Matrícula: 982700717-3

Título: Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica da ULBRA como um dos requisitos obrigatórios para a obtenção do grau de Engenheiro Eletricista

Professor Orientador:

Dr. Eng. Eletr. Luis Fernando Espinosa Cocian - CREA-RS: 088866-D

Banca Avaliadora:

Dr. Eng. Eletr. Marilia Amaral da Silveira - CREA-RS: 050909-D Conceito Atribuído (A-B-C-D): MSc. Eng. Eletr. André Luis Bianchi - CREA-RS: 089197-D Conceito Atribuído (A-B-C-D):

Assinaturas:

Autor Diogo Lima de Araújo Orientador Luis Fernando Espinosa Cocian

Avaliador Marilia Amaral da Silveira Avaliador André Luis Bianchi

Relatório Aprovado em: 19/12/2009



DEDICATÓRIA

Dedico ao meu filho Arthur, a minha esposa Sílvia, aos meus pais Afonso e Selmarí e aos meus irmãos Eduardo e Jonas.



AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus por estar sempre presente em todos os momentos da minha vida, por ter me dado forças, saúde e me guiado para o caminho do bem.

Aos meus pais por terem me dado a vida, por seus esforços em me dar educação, pelo incentivo, confiança e que, mesmo estando longe, tenho certeza que não me esqueceram um só momento, aos meus irmãos pelo apoio e preocupação.

Agradeço a minha esposa, namorada e cúmplice Sílvia, por suportar minha ausência durante intermináveis horas de estudo, pela confiança e compreensão demonstrada durante a realização do curso, e também a sua família pela paciência e respeito que tiveram comigo durante todo este tempo.

Ao meu filho Arthur pelos momentos de alegria que me proporciona e que me proporcionará, pelo seu sorriso que me faz esquecer, por um momento, das dificuldades.

Aos professores do departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Luterana do Brasil, pela força, incentivo e pelas valiosas contribuições que me deram durante a graduação, em especial aos professores André Luis Bianchi e Marília Amaral da Silveira

Ao meu orientador Luis Fernando Espinosa Cocian, agradeço pela dedicação, apoio e paciência na orientação deste trabalho.



Aos professores Luis Carlos Gertz e André Cervieri do Laboratório de Protótipos da Engenharia Automotiva.

Ao colega de trabalho e amigo, o Engenheiro Mecânico Luis Roberto Centeno Drehmer pelo seu apoio, coleguismo e comprometimento.

A todos os colegas de curso, pela amizade e convivência na realização dos trabalhos, pelas sugestões e observações valiosas, acrescentando e agregando importantes experiências e conhecimentos.

E a todos que colaboraram direta ou indiretamente na elaboração deste trabalho, o meu reconhecimento.



EPÍGRAFE

Uma jornada de duzentos quilômetros começa

com um simples passo.

Provérbio chinês.



ARAÚJO, Diogo Lima de. **Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional**. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Elétrica - Departamento de Engenharia Elétrica. Universidade Luterana do Brasil. Canoas, RS. 2009.

Este trabalho mostra o desenvolvimento de um dispositivo para medição de inclinação de uma superficie através da aceleração da gravidade que atua no centro de massa do pêndulo causando a deformação deste. Para detectar estas deformações foi feito uso de extensômetros de resistência elétrica (strain-gauges). Os strain-gauges são sensores de deformação. Seu princípio de funcionamento é baseado no fato de que a deformação imposta a ele implica em variações de resistência elétrica. A célula de carga sob forma de pêndulo sofre deformação ao longo do eixo, quando este dispositivo encontrar-se em desnível com a superfície que será medida. Desta forma é possível medir a inclinação desta superfície, podendo este mecanismo ser aplicado, por exemplo, na área da construção civil em substituição aos níveis de bolha.

Foi utilizado o arranjo de um artificio muito utilizado em extensometria, a chamada ponte de Wheatstone, pois apresenta maior precisão na medição de pequenas variações de resistência. O Circuito possui também um estágio de amplificação, um de aquisição de dados (microprocessador) e um de apresentação (display) do valor de inclinação em graus.

Palavras chave: Medição, extensômetro, Inclinação, strain-gauge, Sensor.



ARAÚJO,Diogo de Lima. Development of a Measurement System of Surface Slope by gravitational acceleration. Conclusion Course in Electrical Engineering -Department of Electrical Engineering. Lutheran University of Brazil. Canoas, RS. 2009.

This work shows the development of a device for measuring the inclination of a surface through the acceleration of gravity that acts on the center of mass of the pendulum causing the deformation. To detect these strains was done using electrical resistance strain gages (strain-gauges). The strain gauges are strain sensors. Its working principle is based on the fact that the strain imposed on it implies changes in electrical resistance. The load cell in the form of pendulum undergoes deformation along the axis, when this device found in gap with the surface to be measured. Thus it is possible to measure the slope of this surface, this mechanism can be applied, for example, in the area of construction to replace the bubble levels.

We used the arrangement of a device widely used in strain gage, the socalled Wheatstone bridge as it offers greater precision in measuring small changes in resistance. The circuit also includes a gain stage, a data acquisition system (microprocessor) and a presentation (display) the value of tilt in degrees.

Keywords: Measurement, gage, Tilt, strain-gauge, sensor.



Figura 1-1 - Dispositivo para medição de inclinação por meio da deformação do pêndulo	18
Figura 1-3 - Recipiente com óleo para determinação da inclinação de um plano	20
Figura 1-4 - Inclinação da rampa através de cálculo trigonométrico	21
Figura 1-5 - Inclinômetro esférico	22
Figura 1-6 - Inclinômetro de pêndulo fixado no casco de um navio	22
Figura 1-7 - Medição de inclinação de uma antena com um inclinômetro artesanal	23
Figura 1-8 - Transdutor pontenciométrico (DOEBELIN-1990)	23
Figura 1-9 - Sistema massa-mola dos acelerômetros	25
Figura 1-10 - Sistema massa mola em conjunto com o sistema de capacitores.	25
Figura 1-11 - A figura mostra o LVDT em corte	
Figura 1-12 - Esquema elétrico do LVDT.	27
Figura 1-13 - Transdutor com sensores de efeito Hall.	27
Figura 1-14 - Inclinômetro para medicões verticais (wwww.slopeindicator.com/instrumen	ts).
	28
Figura 1-15 - Carcaça/invólucro do inclinômetro (wwww.slopeindicator.com/instruments).29
Figura 2-1- Exemplo de Carga concentrada.	32
Figura 2-2 - Exemplo de vínculo engastado.	33
Figura 2-3 - Exemplo de viga em balanço.	33
Figura 2-4 - Convenção de sinais para cálculo de esforços internos de uma viga	34
Figura 2-5 - Flexão em uma viga engastada: (a) Viga com carregamento (b) Curva de	
deflexão. (Timoshenko 1983).	37
Figura 2-6 - Viga simples em flexão pura (M=M1).	38
Figura 2-7 - Viga engastada em flexão pura (M=-M2)	38
Figura 2-8 - Viga com região central em flexão pura e extremidades em flexão não uniform	ne.
(Timoshenko 1983).	39
Figura 2-9 - Digrama de corpo livre infinitesimal (Fonte: POPOV, 2002).	41
Figura 2-10 - Deformações em uma viga em flexão pura: (a) vista lateral da viga, (b) seção)
transversal da viga e (c) Viga deformada.	45
Figura 2-11 - Relações entre os sinais dos momentos fletores e as direções das tensões	
normais: (a) momento fletor positivo e (b) momento fletor negativo	47
Figura 2-12 - Modelo de extensômetro unidirecional simples	49
Figura 2-13 - Modelos de extensômetros unidirecionais (EXCEL Sensores, 2009)	50
Figura 2-14 - Códigos de extensômetros (EXCEL Sensores, 2009).	50
Figura 2-15 - Ponte de Wheatstone	51
Figura 2-16 - Ensaio de flexão utilizando SG (Apostila Introdução à Extensometria, Pof.	
Flávio de Souza Barbosa - UFJF).	55
Figura 3-1 - Dimensional da viga (pêndulo).	56
Figura 3-2 - Modelagem do aparato Via Solid Works.	57
Figura 3-3 - Etapas do sistema desde o estimulo ate a resposta em graus	59
Figura 3-4 - Diagrama de corpo livre.	60
Figura 3-5 - Permi retangular.	62
rigura 5-0 - Esquema de ligação dos 50 em ponte completa.	04
Figura 3-7 - Representação das variações dos SO S.	04
rigura 5-6 - Esquema de ligação do mariro para gamio 100	07

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superficies pela Aceleração Gravitacional Universidade Luterana do Brasil



Figura 3-9 - Circuito responsável pela informação de tensão referente a deformação ocorri	da
na viga (pêndulo).	. 67
Figura 3-10 - Sistema de medição de valores experimentais.	. 68
Figura 3-11 - Pinagem Microcontroldor PIC16F877A (Datasheet PIC16F877A).	. 68
Figura 3-12 - Esquema elétrico do Sistema de Medição de Inclinação	. 69
Figura 3-13 - Fluxograma do programa do sistema de medição de inclinação	. 70
Figura 3-14 - Gravador para PIC (Manual de instruções MicroICD - 2009)	. 70
Figura 3-15 - Interface com o usuário do PICKit2 (Manual de instruções	.71
Figura 4-1 - Diagrama de corpo livre da viga	. 72
Figura 4-2 - Deformação x Ângulo	. 74
Figura 4-3 - Deformação x Ângulo	.75
Figura 4-4 – Dispositivo de teste	.76
Figura 4-5 - Forma de onda para dispositivo na vertical, em repouso	. 77
Figura 4-6 – Forma de onda sob impacto mecânico	. 77
Figura 4-7 – Movimento para direita até 0° e retorno a 90°.	. 78
Figura 4-8 - Movimento para esquerda até 180° e retorno a 90°	. 79
Figura 4-9 - Movimento para direita até 0° com retorno a 90° e movimento para esquerda	
até 0° com retorno a 90°.	. 79
Figura 4-10 - Relação entre valores analítico e experimental	. 80
Figura 4-11 - Erro relativo entre analítico e experimental	. 81
Figura 4-12 - Levantamento experimental para uso dos dados no software	. 82
Figura 4-13 - Curva de Calibração do Sistema.	. 83
Figura 4-14 - Relação dos dados implementados e obtidos pelo hardware	. 83
Figura 4-15 - Modelo do Sistema de Medição de Inclinação	. 84
Figura 4-16 – Erro Absoluto.	. 84
Figura 4-17 – Sistema De Medição De Inclinação De Superfície Pela Aceleração	
Gravitacional	. 85
Figura 6-1 – Posição do dispositivo pendular para medições de	107
Figura 6-2 - Posição do dispositivo pendular para medições de	108



LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores analíticos de deformação	63
Tabela 2 - Valores experimentais de deformação.	66
Tabela 3 - Resultados analíticos	93
Tabela 4 - Resultados experimentais.	97
Tabela 5 - Erro comparativo.	101
Tabela 6 - Relação dos dados implementados e obtidos pelo hardware	105

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Sg: Starin-gauge

MEMS: Sistema Microeletromecânico

ddp: Diferença de Potencial



LISTA DE SÍMBOLOS

- M_z: Momento Fletor em torno do eixo Z
- Rax: Reação vertical do pêndulo
- Rax: Reação horizontal do pêndulo
- P: Força peso (N)
- *p* : Carregamento (N)
- V: Força cortante ou Força cisalhante (N)
- θ : Ângulo obtido em relação a força peso aplicada (radianos)
- σ : Tensão de cisalhamento (Pa)
- c: Centróide (m)

 I_{zz} : Momento de inércia de área em relação ao eixo z (m⁴)

E : Módulo de elasticidade do material (Pa)

- $\epsilon: Deformação$
- \forall : Pertence
- f : Integral

 ΔE : Variação de tensão na saída da ponte de Wheatstone

k : gauge-factor (constante fornecida pelo fabricante)



SUMÁRIO

1. IN'	ſRODUÇÃO	
1.1.	Visão Geral do Problema	
1.2.	Formulação do Problema de Engenharia	
1.3.	Definição do Escopo do Projeto	
1.4.	Universo das Soluções	
1.5.	Justificativa Técnica e Econômica para a Solução Escolhida	
2. RE	FERENCIAL TEÓRICO	
2.1.	Conceitos Básicos e Estudos Preliminares	
2.2.	Definição de Inclinação	
2.3.	Mecânica dos Sólidos	
2.4.	Vigas	
2.5.	Tipos de Carregamentos em Vigas	
2.6.	Tipos de Vinculações de uma Viga	
2.7.	Tipos de Configurações de Vigas	
2.8.	Convenção de Sinais	
2.9.	Equações de Equilíbrio	
2.10.	Definição de Tensão Mecânica	
2.11.	Definição de Deformação	
2.12.	Tensões de Flexão nas Vigas	
2.13.	Considerações de Estudo das Vigas em Flexão	
2.14.	Flexão Pura e Flexão Não-Uniforme	
2.15.	Flexão Simples	
2.16.	Procedimento de Análise	
2.17.	Funções de Singularidade	
2.18.	Notação e Integração de Funções de Singularidade	
2.19.	Cálculo da Deformação	
2.20.	Deformações Longitudinais em Vigas	
2.21.	Hipótese Fundamental da Teoria da Flexão	
2.22.	Equação da Tensão de Flexão	
2.23.	Propriedades das Seções Transversais das Vigas	
2.24.	Limitações	
2.25.	Extensometria	
2.26.	Ponte Wheatstone	
3. MA	TERIAIS E MÉTODOS	
3.1.	Descrição Geral do Sistema	
3.2.	Descrição dos Sistemas Mecânicos	59
3.3.	Descrição dos Sistemas Eletroeletrônicos	
Trans	dução do Sinal	
Ampli	ficação do Sinal	
Aquis	ição de Dados e Apresentação da Medição	
Deser	volvimento do software	
Grava	ção do programa no PIC	
4. AP	RESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	
4.1.	Modelos	
4.2.	Levantamento analítico	74
4.3.	Levantamento experimental	74
4.4.	Metodologia dos Testes Integrados no Sistema Físico	75



4.5.	Testes estáticos	,			
4.6. 4 7	Comparações dos Resultados do Modelo e o Sistema Real	,)			
4.8.	Implementação dos resultados no Software do Sistema de Medição de Inclinação 82				
5. CON	ISIDERAÇÕES FINAIS	j			
5.1.	Problemas Encontrados	;			
5.2.	Avaliação dos Objetivos Propostos)			
5.3.	Avaliação dos Índices de Qualidade	1			
5.4.	Conclusões	1			
5.5.	Sugestões para Trabalhos Futuros	ì			
6. REF	ERÊNCIAS)			
OBRAS C	CONSULTADAS	-			
APÊNDIC	CE A – SOFTWARE DO SISTEMA DE MEDIÇÃO DE INCLINAÇÃO92	2			
APÊNCICE B - VALORES ANALÍTICOS DE DEFORMAÇÃO					
APÊNDICE C - VALORES EXPERIMENTAIS DE DEFORMAÇÃO					
APÊNDICE D - VALORES DE ERRO (EXPERIMENTAIS X ANALÍTICOS)					
APÊNDICE E – VALORES DE ÂNGULOS E ERROS PARA ÂNGULOS CALCULADOS E APRESENTADOS NO DISPLAY					
APÊNDICE F – FOTOS DO SISTEMA DE MEDIÇÃO DE INCLINAÇÃO PELA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE					
ANEXO A - TIPOS DE LIGAÇÕES EM PONTE WHEATSTONE					
ANEXO I	ANEXO B - TIPOS DE EXTENSÔMETROS				



1. INTRODUÇÃO

O trabalho descreve o desenvolvimento de um dispositivo para medição de inclinação de superfícies com o uso de extensômetros de resistência elétrica, também conhecidos como strain-gauges e um sistema na forma de pêndulo engastado. Os strain-gauges são sensores de deformação, seu princípio de funcionamento é baseado na deformação imposta a ele implicando em variações de resistência elétrica. O dispositivo é dotado de uma célula de carga sob forma de pêndulo de haste, a qual sofre variação na sua deformação quando o dispositivo for submetido à superfície em desnível. A mudança de inclinação provoca uma alteração no centróide do elemento sensor, ocasionando uma variação na componente vertical da força em um braço de alavanca, possibilitando a distinção de uma faixa de graus de inclinação com relação à força gravitacional. Este tipo de dispositivo pode ser aplicado, por exemplo, na área da construção civil em substituição aos antigos níveis de bolha.

1.1. Visão Geral do Problema

Medir o grau de inclinação de uma superfície plana, através de um equipamento em que seu princípio de funcionamento é baseado na deformação geométrica do elemento pendular, sob ação da aceleração gravitacional.

1.2. Formulação do Problema de Engenharia

Utilizar técnicas de extensometria, aplicar conhecimentos e conceitos de resistência dos materiais, mecânico dos sólidos e de eletrônica para desenvolver um equipamento de medição de inclinação.

1.3. Definição do Escopo do Projeto

O projeto consiste no desenvolvimento de um sistema para medição de inclinação de uma superfície plana qualquer. A obtenção da inclinação se da através da deformação da célula de carga (pêndulo)(Figura 1-1), utilizando como sensores extensômetros de resistência elétrica (strain-gauges), que são os responsáveis pela informação de deformação em forma de variação de resistência elétrica. O sistema proposto está dividido em três blocos distintos: medição, processamento e visualização. Quatro SG's, instalados no corpo de pêndulo, foram configurados em ponte completa para diminuir efeitos da temperatura. Os valores de tensão na saída do circuito são proporcionais a deformação da célula. É necessário também um estágio de amplificação capaz de amplificar as variações de tensão, um estágio de aquisição programado para amostrar e converter estes sinais elétricos em inclinação e por fim um estágio de apresentação dos valores em um display.



Figura 1-1 - Dispositivo para medição de inclinação por meio da deformação do pêndulo.

1.1.1. Objetivos Gerais

Realizar medição de inclinação de uma superfície, apresentar o valor, em graus, desta inclinação em um display.

1.1.2. Objetivos Específicos

Desenvolver um equipamento pendular, fazer uso de técnicas extensometria e aplicar teorias de resistência dos materiais, mecânica dos sólidos e de eletrônica para a realização deste.

1.4. Universo das Soluções

Existem muitas outras formas para a determinação do grau de inclinação de uma superfície, no mercado pode ser encontrado instrumentos para este fim alguns com um grau de sofisticação elevado, outros nem tanto, porém com relativo desempenho, o fator determinante para o uso de um ou outro tipo instrumento é a aplicabilidade e o quanto se está disposto a investir.

Desta forma serão elencadas as possibilidades existentes para a determinação a inclinação de planos ou superfícies com relação ao plano horizontal:

1.1.3. Por hidrostática:

Nível de bolha

Instrumento que consiste numa régua relativamente curta, tipicamente metálica, usado para determinar a horizontalidade de uma superfície através da posição de uma bolha de ar num meio cheio de líquido. Ferramenta muito utilizada na construção civil por carpinteiros e pedreiros. Cabe salientar que esta ferramenta não informa o grau de inclinação de um plano, apenas o desnível ou não com relação ao plano horizontal



is807-064 fotosearch.com.br

Figura 1-2 – Nível de bolha.

Medição a partir de Nível de Fluído

Este dispositivo é simples análogo ao nível de bolha, consiste em recipiente semelhante a um copo de becker no qual está posicionado um transferidor imerso em um fluido (Figura 1-3), de preferência óleo para uma estabilização mais rápida. Quando este recipiente for colocado em um plano, a leitura de inclinação será identificada pela visualização da linha horizontal do fluido com a escala do transferidor.



Figura 1-3 - Recipiente com óleo para determinação da inclinação de um plano.

1.1.4. Por Trigonometria:

Para determinar o grau de inclinação de uma rampa como a da figura 1-4, deve-se tomar por referência uma parte da rampa que tenha a mesma inclinação da restante, deve-se também estar munido de uma régua de madeira ou alumínio de comprimento conhecido, um nível de bolha e uma trena. Basta posicioná-la na parte da rampa escolhida e nivelá-la com o auxílio do nível de bolha.

A altura h é determinada com uso trena medindo o plano da rampa com a base da régua, como o comprimento da régua é conhecido resta aplicar os conhecimentos de trigonometria para a obtenção do grau de inclinação da rampa em questão, conforme as fórmulas abaixo.

$$\tan \theta = \frac{\text{CatetoOposto}}{\text{CatetoAdjacente}} = \frac{h}{L}$$



 $\theta = \operatorname{arc}(\tan \theta)$

Figura 1-4 - Inclinação da rampa através de cálculo trigonométrico.

1.1.5. Com uso de Elemento Esférico:

Semelhante ao inclinômetro pendular, porém a leitura é feita através de uma esfera que corre em uma pequena ranhura curvada e logo acima desta está estampada a escala angular como mostrado na figura 1-5.



Figura 1-5 - Inclinômetro esférico.

1.1.6. Com uso de Elemento Pendular:

Inclinômetro de Pêndulo para Embarcações

Tal como o nome sugere, serve para medir a inclinação transversal de uma embarcação. Existem inúmeros tipos deste inclinômetros e outros ainda embutidos numa bússola. É normalmente graduado em frações de 5 graus numa escala até 45°. Alguns podem indicar mesmo os 90° com frações de um grau.

Há quem use o inclinômetro apenas como elemento decorativo, mas este instrumento é por vezes essencial. Nos navios, sobretudo naqueles de algum porte, a carga deve ir bem acondicionada e é através deste simples instrumento (Figura 1-6) que aquelas podem ser corretamente distribuída e equilibrada nos porões.



Figura 1-6 - Inclinômetro de pêndulo fixado no casco de um navio.

Inclinômetro Artesanal

Para confecção deste deve-se usar um transferidor escolar, que pode ser adquirido em papelarias, ou em Casas de Caça e Pesca, já que é usado para medir ângulos e distâncias em mapas. Pode ser usado um de 180 graus. Para montar o Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superficies pela Aceleração Gravitacional Universidade Luterana do Brasil



inclinômetro, basta fazer um pequeno furo no centro do transferidor, suficiente para passar uma linha de pesca ou linha de bordar, com uns 20 cm. Essa linha deve atravessar o furo, e ser presa com um nó, para que não escape. No outro lado da linha, coloque uma chumbada de pesca, suficiente para manter a linha esticada. Este inclinômetro pode ser usado para determinar, por exemplo, o grau de inclinação de antenas, conforme figura 1-7.



Figura 1-7 - Medição de inclinação de uma antena com um inclinômetro artesanal.

Inclinômetro com Transdutor Potenciométrico

inclinômetro obtido utilizando-se Um pode ser um transdutor potenciométrico para medir inclinação. O principal componente do transdutor é um pêndulo de livre movimentação e uma resistência em forma de arco, montado de forma que o centro do arco corresponda com a ponta do pêndulo (Figura 1-8). A ponta do pêndulo se move dentro da resistência subdividindo-a em duas resistências que formam a metade de um circuito de Wheatstone. A resistência de saída depende da posição do pêndulo sobre o arco de resistência. A ponte de Wheatstone é projetada para fornecer uma tensão proporcional à inclinação sofrida pelo transdutor.



Figura 1-8 - Transdutor pontenciométrico (DOEBELIN-1990).

Com uso de Acelerômetros

Outra solução é o uso de transdutores de movimento largamente utilizados em sistemas de analise experimental de estruturas. A técnica de acelerometria que utiliza acelerômetros com elementos sensores é uma delas. Os Acelerômetros são sensores capazes de converter a aceleração da gravidade ou o movimento em sinais elétricos. A tecnologia utilizada na construção dos acelerômetros é chamada de micromáquinas independentes. Através dela são construídos o sistema massa e mola, o sistema de medição do deslocamento e o circuito de condicionamento de sinal. O sistema massa é mola é implementado utilizando uma barra de silício e 4 âncoras conectadas a cada canto dessa barra, como representado na figura 1-9.



Figura 1-9 - Sistema massa-mola dos acelerômetros.

Quando essa massa sofre uma aceleração, ela se desloca em relação as âncoras que a sustentam. Para medir o deslocamento da barra, é utilizado um sistema com capacitores. A capacitância de um capacitor é dada por C=k/x, onde xé a distância entra as placas que forma os capacitores e k é uma propriedade do material colocado entre as placas. Portanto, se conhecermos a capacitância C e a constante k, pode-se determinar a distância entre as placas. Os acelerômetros utilizam um sistema formado por dois capacitores, como mostrado na figura 1-10, as duas placas externas estão fixas e a placa interna esta conectada a massa do sistema massa mola. Quando a massa esta em repouso, a distância entre as placas são iguais, então ambos os capacitores possuem a mesma capacitância C=k/x. Quando o sistema acelera a capacitância de cada capacitor varia. Este sensor converte aceleração da gravidade ou movimento em sinais elétricos.



Figura 1-10 - Sistema massa mola em conjunto com o sistema de capacitores.

Com uso de LVDT

Pode-se também fazer uso de transdutores indutivos conhecidos com LVDT (Transformador Diferencial Variável Linear), utilizados para medir deslocamento linear, onde o princípio de medição está relacionado com a variação da indutância mútua entre as bobinas de acordo com a posição do núcleo móvel (Figura 1-11). O funcionamento deste sensor é baseado em três bobinas e um núcleo cilíndrico de material ferromagnético de alta permeabilidade, um primário (excitado normalmente por uma corrente A.C., normalmente na região dos 1 kHz até 10kHz e 0,5 V até 10 V r.m.s.) e dois secundários espaçados de forma simétrica relativamente ao primário e ligados entre si em série e em oposição. O núcleo magnético cilíndrico no interior dos enrolamentos encaminha o fluxo magnético através destes.



Figura 1-11 - A figura mostra o LVDT em corte.

Quando o núcleo se encontra na posição central (posição zero) relativamente dos enrolamentos secundários, as amplitudes das tensões induzidas em cada um dos enrolamentos são iguais, sendo, contudo as respectivas polaridades de sinais opostos, resultando assim num sinal de saída nulo. Ele dá como saída um sinal linear, proporcional ao deslocamento do núcleo, que está fixado ou em contato com o que se deseja medir. A bobina central é chamada de primária e as demais de secundárias conforme figura 1-12. O núcleo é preso no objeto cujo deslocamento deseja-se medir e a movimentação dele em relação às bobinas é o que permite esta medição.



Figura 1-12 - Esquema elétrico do LVDT.

Com uso de Sensor de Efeito Hall

O sistema de inclinômetro consiste em um invólucro no qual estão inseridos os transdutores que utilizam sensores de efeito Hall. O invólucro fornece acesso para medições de subsuperfície, controla a orientação dos sensores e movese com o movimento do terreno, o mesmo é instalado de forma vertical em um poço que passa através de uma zona suspeita de movimentação do solo (Figura 1-14). Estes transdutores são constituídos por duas bases maciças vinculadas por duas vigas muito finas (lâminas de aço). Uma das bases é livre para se movimentar pelo seu próprio peso quando o transdutor é inclinado conforme figura 1-13.



Figura 1-13 - Transdutor com sensores de efeito Hall.

Um conjunto de ranhuras na carcaça está alinhado com a direção do movimento esperado como mostrado na figura 1-15. As ranhuras do invólucro dão a orientação dos sensores no local e o cabo de aço inoxidável mantém os sensores com a profundidade necessária. À medida que ocorre o movimento do terreno o invólucro se move com ele, mudando a inclinação dos sensores no interior do invólucro. As medições de inclinação são então processadas para fornecer o deslocamento em milímetros ou polegadas. Na maioria das aplicações, os sensores são conectados a uma aquisição de dados e processamento. Este sistema é aplicado em monitoramento de deformações de paredes, movimentação barragens, diques, muros de contenção, rodovias, ferrovias, movimentações de terrenos por escavações de túneis, etc.



Figura 1-14 - Inclinômetro para medições verticais (www.slopeindicator.com/instruments).



Figura 1-15 - Carcaça/invólucro do inclinômetro (wwww.slopeindicator.com/instruments).

1.5. Justificativa Técnica e Econômica para a Solução Escolhida

1.1.7. Critério

Dentre os critérios como preço, tempo de execução, grau de dificuldade, material de referência disponível, optou- se por usar extensômetros e um sistema pendular para o desenvolvimento deste trabalho, por se tratar de um trabalho acadêmico, por ser relativamente barato e de fácil desenvolvimento, onde serão aplicados os conhecimentos adquiridos durante a realização do curso de graduação.



2.

REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, será apresentada uma revisão de conceitos e teorias necessárias para o entendimento, compreensão e desenvolvimento da metodologia deste trabalho.

2.1. Conceitos Básicos e Estudos Preliminares

O presente trabalho trata de um instrumento de medição baseado nos princípios de deformação elástica de materiais. Esse conceito é derivado da Mecânica dos Sólidos e de fenômenos físicos oriundos dos carregamentos aplicados em estruturas como vigas. Para detectar as deformações, é necessário o uso de "strain gauges" e sua respectiva aquisição de dados. Inúmeros autores tratam da Mecânica dos Sólidos, modelando diversos problemas reais em equacionamentos matemáticos mais coerentes. Autores como Beer e Johnston, Hibbeler, Popov e Timoschenko são referências desse tipo de modelagem.

Os conceitos básicos de deformação (e sua respectiva captação via strain gauges) são importantes como estudos preliminares.

2.2. Definição de Inclinação

É o ângulo formado entre duas linhas, de duas superfícies de dois planos, um em relação ao outro (www.dicio.com.br/inclinacao).

2.3. Mecânica dos Sólidos

A Mecânica dos Sólidos e Estruturas estuda o comportamento de elementos de construção mecânica tendo em conta as suas condições de utilização e as Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superficies pela Aceleração Gravitacional Universidade Luterana do Brasil



Conforme Hibbeler (2004), no projeto de qualquer estrutura ou máquina é necessário primeiro usar os princípios da estática para determinar quais as forças que atuam tanto sobre como no interior de seus vários membros. Nesse quesito, a dimensão dos elementos, a sua respectiva deflexão e a sua estabilidade dependem não só das cargas internas (esforços internos) e cargas aplicadas (esforços externos) como também do tipo de material utilizado. Por esse motivo, a solução que deve ser proposta para um problema da mecânica dos sólidos normalmente segue algumas etapas:

- a) Cálculo das reações;
- b) Cálculo dos esforços internos;
- c) Determinação da tensão, deformação e deslocamentos; e
- d) Critérios de falha.

Inúmeros modelos são criados para simplificar ou obter a equação analítica do respectivo problema da mecânica dos sólidos. Esses modelos permitem realizar análises através de algum tipo de esboço e algumas informações relevantes sobre cargas aplicadas, material utilizado e condições de contorno. O modelo de vigas é versátil o suficiente para resolver diversos problemas mecânicos e permite estabelecer uma equação analítica satisfatória.

2.4. Vigas

Quando se dispõe de um elemento estrutural projetado para suportar diversas cargas em sua extensão, esse elemento recebe o nome de viga (Hibbeler -2004). Essas vigas são normalmente sujeitas a cargas dispostas verticalmente, o que resultará em esforços de cisalhamento e flexão. Quando cargas não verticais são aplicadas a estrutura, surgirão forças axiais, o que tornará mais complexa a análise estrutural. As vigas normalmente são barras retas e prismáticas, o que ocasiona maior resistência ao cisalhamento e flexão. Os cálculos dos esforços internos dependem do tipo de carregamento aplicado na viga. De posse desses dados, é possível obter uma comparação entre a tensão calculada e algum critério de falha. Se satisfizer esse critério, a viga pode ser dimensionada adequadamente.

2.5. Tipos de Carregamentos em Vigas

Segundo Hibbeler (2004), uma viga pode estar submetida a cargas concentradas, a cargas distribuídas ou combinação de ambas. Quando se trabalha com cargas distribuídas, pode-se substituí-la por uma carga concentrada equivalente, e assim facilitar os cálculos.

- Carga Concentrada

Este carregamento corresponde à aplicação de uma carga em um único ponto sobre a estrutura (Figura 2-1), sendo geralmente representado em kilogramaforça (kgf) ou Newton(N).



Figura 2-1- Exemplo de Carga concentrada.

2.6. Tipos de Vinculações de uma Viga

Um vínculo é qualquer condição que restringe a possibilidade de deslocamento de um ponto do elemento ligado ao vínculo. O deslocamento de um ponto do elemento é determinado através das componentes segundo os eixos cartesianos ortogonais. As translações podem ser horizontais ou verticais e a rotação ocorre em torno do eixo perpendicular ao plano considerado (Hibbeler - 2004).

As vinculações podem ser internos, também chamados de ligações internas, ou então externos, também chamados de apoios. A seguir, é apresentado



um tipo apoio, por ser de fundamental importância para a compreensão de esforços em vigas.

- Vínculo Engastado (vínculo de Engastamento Perfeito)

Este tipo de vínculo (Figura 2-2) impede todos os movimentos no plano, surgindo então três reações de vínculo: a vertical (V), a horizontal (H) e momento (M).



Figura 2-2 - Exemplo de vínculo engastado.

2.7. Tipos de Configurações de Vigas

Os tipos de configuração de vigas dependem dos vínculos a elas utilizados. A condição de contorno depende do tipo de vínculo e altera as equações analíticas a serem obtidas, bem como os resultados. Os carregamentos aplicados também são considerados para a determinação do problema de vigas como condições de contorno (Hibbeler - 2004).

-Viga em Balanço

Consiste de uma viga que possui um apoio engastado, não sendo livre a sua rotação (Figura 2-3). Esse tipo de configuração provoca esforços internos de forças normais, cisalhantes e momentos fletores.



Figura 2-3 - Exemplo de viga em balanço.

2.8. Convenção de Sinais

Para o cálculo de esforços internos a uma determinada estrutura, como veremos adiante, é necessário estabelecer uma convenção de sinais para cada parte da viga em análise (Figura 2-4).



Figura 2-4 - Convenção de sinais para cálculo de esforços internos de uma viga.

Onde: Q = Força Cortante M = Momento Fletor

2.9. Equações de Equilíbrio

Conforme Hibbeler (2004), o equilíbrio de um corpo requer tanto o equilíbrio de forças, para evitar que o corpo sofra translação ou tenha movimento acelerado ao longo de uma trajetória retilínea ou curvilínea, como o equilíbrio de momentos, para evitar a rotação do corpo. Essas condições são expressas nas equações 2-1, 2-2 e 2-3:

$\sum F_{\infty} = 0$	2-1
$\sum F_{y} = 0$	2-2
$\sum M_z = 0$	2-3

Na prática da engenharia, a carga sobre um corpo pode ser representada como um sistema coplanar de forças. Se as forças se localizarem no plano *xy*, então as condições de equilíbrio podem ser obtidas através das equações já mencionadas.



Segundo Hibbeler (2004), são definidos quatro tipos de componentes que atuam nessas equações de equilíbrio.

Força Normal, N

Essa força atua perpendicularmente à área da seção transversal. É criada sempre que as forças externas tendem a empurrar ou puxar as duas partes de um corpo.

Força Cortante (ou de Cisalhamento), V (ou Q)

A força cortante localiza-se no plano da área e é criada quando as cargas externas tendem a provocar o deslizamento das duas partes de um corpo, uma sobre a outra.

Momento de Torção (ou Torque), T

Esse efeito é criado quando as cargas externas tendem a torcer uma parte do corpo em relação à outra

Momento Fletor, M

O momento fletor é provocado pelas cargas externas que tendem a fletir o corpo em relação ao eixo localizado no plano da área. O momento fletor é definido como sendo a força aplicada em um determinado ponto em relação ao braço de alavanca até o ponto de giro (engaste ou vínculo), na equação 2-4:

$$M = F \cdot L \tag{2-4}$$

onde F é a força aplicada, dada em N, e L é a distância do ponto de aplicação da força em relação ao ponto de giro (engaste ou vínculo), em metros.

2.10. Definição de Tensão Mecânica

A tensão mecânica pode ser definida através da relação entre a força e área, tendendo a um limite finito. Conforme Hibbeler (2004), ela descreve a intensidade da força interna sobre um plano específico (área) que passa por determinado ponto. A equação 2-5 descreve essa relação:

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$
 2-5

onde σ é a tensão mecânica, dada em N/m², ΔF é o diferencial de força, dado em N, e ΔA é o diferencial de área, dado em m². Essa tensão mecânica pode ser normal ou de cisalhamento. A tensão normal é perpendicular a ΛA , e a tensão de cisalhamento atua na tangente de ΔA . Isso indica que a tensão de cisalhamento permite a falha por ruptura do material pela tangente ao plano aplicado.

2.11. Definição de Deformação

Quando uma força é aplicada a um corpo, tende a mudar a forma e o tamanho dele. Conforme Hibbeler (2004), essas mudanças de forma são chamadas de deformação e podem ser perfeitamente visíveis ou praticamente imperceptíveis sem o uso de equipamento para fazer medições precisas.

O valor da deformação de um corpo indica a proporção de alongamento ou contração do mesmo. Ela é uma grandeza adimensional, visto ser uma relação entre dois comprimentos conforme a equação 2-6:

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta l}{l_0}$$
 2-6

onde Δl é a variação de comprimento inicial e final, dada em m, e l_{0} é o comprimento inicial.

Essa é a definição clássica de deformação. Através da lei de Hooke da elasticidade de um material, é possível relacionar tensão mecânica com a respectiva deformação, conforme a equação 2-7:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E \qquad 2-7$$

onde & é a deformação ocorrida, E é o módulo de elasticidade (ou módulo de Young

dado em GPa), e o é a tensão mecânica(em N/m²).
2.12. Tensões de Flexão nas Vigas

Pode-se observar que cargas atuando sobre uma viga criam ações internas (ou tensões resultantes). As cargas que atuam numa viga a fazem fletir (ou curvar), e assim deformar o seu eixo em uma curva. Como, exemplo considere a viga engastada AB da figura 2-5 submetida a uma carga P em sua extremidade livre.



Figura 2-5 - Flexão em uma viga engastada: (a) Viga com carregamento (b) Curva de deflexão. (Timoshenko 1983).

2.13. Considerações de Estudo das Vigas em Flexão

Segundo Hibbeler (2004), devido às cargas aplicadas, as vigas desenvolvem força cortante (cisalhante) interna e momento fletor que, em geral, variam de ponto para ponto ao longo do eixo da viga. Essas vigas seguem algumas considerações para a obtenção de seu equacionamento:

- a) Todas as forças aplicadas a uma viga serão consideradas sem a ocorrência de choque ou impacto;
- b) Todas as vigas serão consideradas estáveis sob a ação das forças aplicadas;
- c) As vigas serão consideradas como simétricas em relação ao plano *xy*, ou seja, o eixo *y* é um eixo de simetria da seção transversal;
- d) Todas as cargas atuam no plano *xy*, conseqüentemente a deflexão da viga ocorre neste mesmo plano, conhecido como plano de flexão; e

e) A deflexão da viga em qualquer ponto ao longo de seu eixo é o deslocamento desse ponto em relação à sua posição original, medida na direção de y.

Essas considerações servem para simplificar e abordar esse tipo de problema, sem ocorrência de erros grosseiros.

2.14. Flexão Pura e Flexão Não-Uniforme

Flexão Pura

Referente à flexão na viga submetida a um momento fletor constante. Ocorre nas regiões onde a força de cisalhamento é zero (Figuras 2-6 e 2-7), pois V = dM/dx.







Figura 2-7 - Viga engastada em flexão pura (M=-M2).

Flexão Não-Uniforme

Flexão na presença de forças de cisalhamento, o que significa que o momento fletor varia quando nos movemos ao longo do eixo da viga. Veja a figura 2-8.



Figura 2-8 - Viga com região central em flexão pura e extremidades em flexão não uniforme. (Timoshenko 1983).

2.15. Flexão Simples

A flexão simples é referente à situação em que a viga não está submetida apenas a momento puro. A viga está submetida à tensões complexas e, segundo Popov (2002), ocorre adição de uma força axial ou uma força de cisalhamento em relação ao momento fletor. De fato, uma viga submetida uma carga pontual em sua extremidade é considerada flexão simples, porque está sob ação de uma força de cisalhamento na direção vertical.

2.16. Procedimento de Análise

Conforme proposto por Beer e Johnson, Hibbeler, Popov e diversos autores, os diagramas de força cortante e momento fletor de uma viga são construídos por meio do seguinte procedimento:

Reações de apoio

- a) Determinar todos os conjugados e as forças reativas que atuam sobre a viga; e
- b) Desdobrar em componentes todas as forças que atuam perpendicularmente e paralela ao eixo da viga.

Funções de Cisalhamento e Momento Fletor

- a) Especificar coordenadas separadas x (ou y), com origem na extremidade esquerda da viga, e compreendida nas regiões entre forças concentradas e/ou conjugados ou onde não haja descontinuidade da carga distribuída;
- b) Secionar a viga perpendicular ao seu eixo a cada distância x (ou y);
- c) Desenhar o diagrama de corpo livre de um dos segmentos;
- d) Certificar-se de que V e M sejam mostrados atuando no sentido positivo, de acordo com a convenção de sinal adequada;
- e) Obter a força cortante somando as forças perpendiculares ao eixo da viga; e
- f) Obter o momento somando os momentos em torno da extremidade secionada do segmento.

Esboço dos Diagramas de Força Cortante e Momento Fletor

- a) Esquematizar o diagrama de força cortante (V versus x ou y) e o diagrama de momento fletor (M versus x ou y); e
- b) Organizar os diagramas de força cortante e momento fletor diretamente abaixo do diagrama de corpo livre da viga (sugestão).

Os eixos x e y dependem da orientação do sistema estudado. Além disso, o método de obtenção das funções de força cortante e momento fletor podem ser simplificados por intermédio das funções de singularidade (POPOV, 2002). Para que sejam válidas essas funções, é importante obter uma formulação para a força



cortante (V), dado em N, o momento fletor (M), dado em Nm, a posição (x), dada em m, e o carregamento (p), dado em N/m. A figura 2-9 indica uma seção infinitesimal do referido problema:



Figura 2-9 - Digrama de corpo livre infinitesimal (Fonte: POPOV, 2002).

Pela condição de equilíbrio de forças verticais, se tem:

$$\sum F_{v} = \mathbf{0} \cdot \mathbf{.} - \mathbf{V} + p\Delta x + (\mathbf{V} + \Delta \mathbf{V}) = \mathbf{0}$$
 2-8

No equilíbrio de momentos, a soma em relação ao ponto A deve ser zero. Assim, observando que o braço de alavanca é $\Delta x/2$, tem-se:

$$\sum M_A = 0 :: (M + \Delta M) + V \Delta x - M - (p \Delta x)(\Delta x/2) = 0 \qquad 2-9$$

No limite, quando $\Delta x \rightarrow 0$, têm-se duas equações diferenciais básicas:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\lambda v}{\Delta x} \equiv \frac{dv}{dx} = -p$$
 2-10

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta M}{\Delta x} \equiv \frac{dM}{dx} = -V$$
 2-11

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional Universidade Luterana do Brasil Ao substituir a eq. (2-10) em (2-11), tem-se:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dM}{dx}\right) = \frac{d^2M}{dx^2} = p \tag{2-12}$$

Essa equação é a equação diferencial que rege o sistema mecânico de vigas sob flexão, onde é possível estabelecer duas equações que permitem calcular os esforços internos (força cortante e momento fletor) e transpô-las para as funções de singularidade.

$$V(x) = -\int_0^x p \, dx + C_1 \tag{2-13}$$

$$M(x) = -\int_0^x V dx + C_2$$
 2-14

onde C_1 e C_2 são constantes de integração que dependem das condições de contorno do problema.

2.17. Funções de Singularidade

As funções de singularidade compõem um método de solução de problemas da Mecânica dos Sólidos de rápida assimilação. Elas permitem esboçar os valores de força cortante e de momentos fletores numa função que depende da posição ao longo da viga. Conforme Popov (2002), as expressões analíticas para a força cortante V(x) e para o momento fletor M(x) de uma dada viga podem ser necessárias a fim de esboçar um diagrama ou correlacionar com elementos do tipo geométricos e de configuração. Uma vez traçada a função do momento fletor, é possível estendê-la para a lei de Hooke e obter uma correlação de deformação em função da posição e do ângulo em que o carregamento está aplicado.

Normalmente, as funções V(x) e M(x) podem ser dificeis de integrar, o que abre uma brecha para utilizar as funções de singularidade. Essas funções são do tipo degrau unitário (*delta de Dirac*) e salto unitário (*doublet*, dipolo), e elas simplificam a análise inicial. Após a obtenção das funções, a transposição é direta, sem necessidade de fatores de correção. É possível, então, calcular os esforços internos, definindo o carregamento aplicado. Conforme Popov (2002), se o carregamento $p(\mathbf{x})$ é uma função contínua entre os suportes, a solução da equação diferencial $d^2M/d\mathbf{x}^2 = p(\mathbf{x})$ é um método conveniente para a determinação de $V(\mathbf{x})$ e $M(\mathbf{x})$. Para a função $p(\mathbf{x})$ de carregamento, dada em N, apenas os polinômios com potências inteiras positivas são considerados (0, para cargas distribuídas; -1, para forças aplicadas; e -2, para momentos). A equação 2-15, a seguir, generaliza essas condições:

$$\langle y - a \rangle^n = \begin{cases} 0, \forall \ 0 < y < a, \\ (y - a)^n, \forall \ a < y < \infty \end{cases}$$
2-15

em que n depende das condições de carregamento aplicado.

2.18. Notação e Integração de Funções de Singularidade

Métodos de solução para problemas mecânicos estruturais podem ser modelados através de vigas, utilizando a teoria de vigas técnicas. Esse tipo de solução exige uma série de cálculos prévios dos quais é conveniente adotar uma forma de notação para simplificar o problema. Segundo Popov (2002), a notação do cálculo operacional é utilizada da seguinte forma:

- a) Para carregamentos distribuídos, a notação polinomial adota índice 0;
- b) Para carregamentos pontuais, a notação polinomial adota índice -1; e
- c) Para momentos fletores, a notação polinomial adota índice -2;

Essa notação é usada para determinar uma função polinomial capaz de representar fielmente o comportamento do tipo de carregamento e do tipo de esforço interno (força cortante e momento fletor). Conforme Popov (2002), a função carregamento p(y) considera apenas polinômios com potências inteiras positivas de y, incluindo 0, -1 e -2 também. Todas as equações referentes ao cálculo estrutural, via método de funções de singularidade, podem ser escritas como uma só, contanto que se defina a condição da equação 2-15.

Em que n depende das condições de carregamento aplicado (0, para cargas distribuídas; -1, para forças aplicadas; e -2, para momentos). Para trabalhar com essa função, é conveniente utilizar duas funções simbólicas. Uma é para a carga concentrada (forças pontuais), tratando-a como um caso degenerado de carga distribuída. A outra é para momento concentrado (momentos fletores), tratando-o



Esse tipo de notação é utilizado para acertar as unidades de cálculo. Como premissa básica, a função carregamento é p(y), dada em N/m, ao longo do eixo y de atuação. Essa função carregamento informa quantos N de carga ou força são aplicados ao longo do eixo. Sabe-se que a derivada segunda do momento ao longo do eixo y é dada pela equação 2-16.

$$\frac{d^2 M}{dy^2} = p(y)$$
 2-16

Ao se diferenciar duas vezes o momento fletor, dado em Nm, chega-se à função de carregamento p(y), dada em N/m. Isso significa que, ao integrar a função de carregamento p(y) duas vezes, chega-se à uma equação polinomial para o comportamento do momento fletor.

Por esse motivo, é necessário utilizar as notações 0, -1 e -2 para as funções de singularidade que, ao serem integradas ao longo de
$$y$$
, se ajustam para o acerto de suas respectivas unidades. As funções obtidas para o momento fletor e para a força cortante certamente serão funções cuja dependência polinomial se desenvolve através de índices equivalentes a -2 e -1, respectivamente.

2.19. Cálculo da Deformação

O cálculo analítico da deformação do envolve princípios de cálculo das reações no engaste, cálculo dos esforços internos (forças cortantes e momentos fletores) e cálculo da seção de solicitação. Para fins de simplificação do problema, as seguintes hipóteses são consideradas:

- a) Linearidade;
- b) Isotropia;
- c) Elasticidade;
- d) Homogeneidade; e
- e) Coeficientes constantes.

Essas hipóteses permitem estabelecer uma equação analítica do problema de esforços internos para obter a deformação. A linearidade do sistema indica uma relação do tipo y = ax | b, de caráter linear, conforme a lei de Hooke generalizada. A isotropia da condição indica que o material admite as mesmas propriedades em todas as direções. A elasticidade do material indica que o mesmo permite trabalhar dentro do regime elástico, sem efeitos de histerese. A homogeneidade do material indica que não há variações das propriedades físicas e mecânicas no sistema dentro de todo seu volume. Por fim, os coeficientes das equações são considerados constantes para a representação do sistema físico real.

2.20. Deformações Longitudinais em Vigas

As deformações longitudinais em uma viga podem ser encontradas analisando-se as deformações associadas. Vamos analisar uma parte AB de uma viga em flexão pura submetida a momentos fletores positivos M como mostra a figura 2-10.



Figura 2-10 - Deformações em uma viga em flexão pura: (a) vista lateral da viga, (b) seção transversal da viga e (c) Viga deformada.

2.21. Hipótese Fundamental da Teoria da Flexão

Conforme Popov (2002), a premissa cinemática diz que as seções planas de uma viga, tomadas normalmente a seu eixo, permanecem planas após a viga ser



submetida à flexão. Essa conclusão é válida para vigas de qualquer material, seja ele elástico, inelástico, linear ou não-linear. As propriedades dos materiais, assim como as dimensões, devem ser simétricas em relação ao plano de flexão. As linhas longitudinais na parte inferior da viga são alongadas (tracionadas), enquanto aquelas na parte superior são diminuídas (comprimidas).

2.22. Equação da Tensão de Flexão

A flexão pode ser relacionada através de uma equação entre a tensão longitudinal de uma viga ao momento fletor resultante interno que atua na seção transversal dessa viga. Se assumir que o material trabalha no regime elástico, a lei de Hooke é aplicável, o que permite relacionar também com a deformação. Para tanto, a equação 2-17 indica essa relação:

$$\sigma_{xy} = -\frac{M(x)\cdot\bar{c}}{I_{zz}}$$
 2-17

Onde M(x) é a função do momento fletor, obtida pela singularidade, \bar{c} é a distância perpendicular do eixo neutro (ou centróide) ao ponto mais afastado desse eixo onde a tensão σ_{xy} atua, e I_{zz} é o momento de inércia de área da seção transversal calculado em torno do eixo neutro. O sub-índice xy indica o plano de atuação das cargas e o sub-índice zz indica o eixo neutro do problema. A tensão σ_{xy}

é a tensão máxima que ocorre na seção transversal. Ela pode ser obtida somando as tensões de cisalhamento com as tensões normais. Como a contribuição das tensões normais tende a ser muito pequena, é comum adotar apenas as tensões de cisalhamento como tensão máxima.

Essa equação é chamada de fórmula da flexão. Tensões calculadas a partir da fórmula de flexão são chamadas de tensões fletoras ou tensões de flexão. A equação 2-16 mostra que as tensões são diretamente proporcionais aos momentos fletores e que aumenta linearmente com o aumento de y. Nota-se que momentos fletores positivos causam tensões de compressão na viga na parte superior acima da linha neutra e causam tensões de tração na parte inferir, pois o y é negativo e também se pode visualizar este resultado na prática. Caso os momentos sejam negativos, as tensões terão sinais invertidos como mostra a figura 2-11.





Figura 2-11 - Relações entre os sinais dos momentos fletores e as direções das tensões normais: (a) momento fletor positivo e (b) momento fletor negativo.

2.23. Propriedades das Seções Transversais das Vigas

Momentos de inércia de diversas formas planas estão listados em vários manuais de engenharia e apêndices de livros. Essas fórmulas pré-estabelecidas são obtidas para geometrias comuns e, em geral, as seções mais complexas são apenas combinações de formas comuns. Isso significa que um perfil "I", por exemplo, pode ser calculado através de três barras comuns de seção retangular.

As equações 2-18 e 2-19 indicam momentos de inércia de área para seções do tipo retangular e circular, respectivamente:

$$I = \frac{bh^3}{12} 2-18$$
$$I = \frac{\pi d^4}{64} 2-19$$

onde b é a base da seção transversal, h é a altura da seção transversal e d é o diâmetro da seção circular, dados em m.

2.24. Limitações

As análises apresentadas nesse trabalho são para flexões puras em vigas prismáticas composta de materiais homogêneos e elásticos lineares. Caso a viga esteja submetida a uma flexão não-uniforme, a força de cisalhamento gera um empenamento, ou seja, uma distorção fora do plano. Dessa forma, uma seção que era plana antes da flexão, não é mais plana depois da flexão.

Análises revelam que as tensões de flexão não são significativamente alteradas pela presença das forças de cisalhamento e seu empenamento associado. Dessa forma, utiliza-se a teoria de flexão pura para calcular tensões normais em vigas submetidas a tensões de flexão não-uniforme. A fórmula de flexão fornece resultados precisos apenas nas regiões da viga onde as distribuições de tensões não são perturbadas pela forma da viga ou por descontinuidades no carregamento. Ela não é aplicada próximo dos apoios ou de carregamentos concentrados, pois essas irregularidades produzem tensões localizadas, ou concentrações de tensões que são muito maiores do que a tensão de flexão.

2.25. Extensometria

Extensometria é a técnica de medição de tensões/deformações nos corpos solicitados mecanicamente, a partir do uso de extensômetros. O extensômetro elétrico resistivo ou *strain gauge* é um resistor constituído por uma base de poliamida ou epoxi e por um filamento metálico, normalmente de constantan, que possui configuração em zigue-zague (grade)(BORCHARDT-1982). Seis ou mais marcas inscritas na base do sensor servem para facilitar seu posicionamento na peça a ser ensaiada. O conjunto é colado sobre a estrutura em teste com auxílio de Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superficies pela Aceleração Gravitacional Universidade Luterana do Brasil

adesivos especiais (ver anexo C). Pequenas variações na dimensão da estrutura são transmitidas mecanicamente ao extensômetro, que as transforma em variações equivalentes de sua resistência elétrica conforme equação 2-20 abaixo.

$$\frac{\Delta R}{R} = k.\varepsilon_x$$
 2-20

Onde:

 $\Delta \mathbf{R}$: variação relativa de resistência no strain-gauge (extensômetro)

R : Valor de resistência do SG

k: gauge-factor que é fornecido pelo fabricante do SG

 $\epsilon_{x:}$ deformação que ocorre na estrutura onde é colado o SG

Sua aplicação depende do material ao qual se pretende realizar a medição. A figura 2-12 representa melhor um tipo de extensômetro unidirecional simples.



Figura 2-12 - Modelo de extensômetro unidirecional simples (EXCEL Sensores, 2009).

No mercado, são encontrados diversos tipos de extensômetros para diversas aplicações com dimensões diferenciadas, de acordo com a necessidade de aplicação. A figura 2-13 exemplifica alguns modelos unidirecionais simples.



Modelos				Dimensões				
Material da	Compensação de Temperatura	Tamanho e Forma da	Resistência		Grelha		Total	
Base e Filme				Opcções Disponíveis	А	В	С	D
Metálico	de remperatura	Grelha	(Omis)		(comp)	(largura)	(comp.)	(largura)
PA -	** - 12544 -	125AA -	120	B; SEM; LEM; EM; S; L	3,18 mm	3,18 mm	6,35 mm	3,18 mm
TA -				B; S; L	0,125"	0,125"	0,250"	0,125"
PA -	**	10544	350	B; SEM; LEN; EM; S ;L	3,18 mm	3,18 mm	6,35 mm	3,18 mm
TA -		120111		B; S; L	0,125"	0,125"	0,125"	0,125"
PA -	++	06048	100	B; SEM; LEN; EM; S ;L	1,57 mm	1,57 mm	3,18 mm	1,57 mm
TA -		002AD -	120	B; S; L	0,062"	0,062"	0,150"	0,062"
PA -		062AG	350	B; SEM; LEN; EM; S ;L	1,57 mm	1,55 mm	1,57 mm	1,55 mm
TA -				B; S; L	0,062"	0,061"	0,121"	0,061"
PA -		2504.0 -	120	B' SEM' LEN' EM' S'L	6,35 mm	6,35 mm	10,8 mm	6,35 mm
TA -	D ZOONG		350	2, 22m, 25n, 8m, 8, 9	0,250"	0,250"	0,425"	0,250"



A codificação é feita por um conjunto de letras e números que identifica o extensômetro, conforme suas características. A figura 2-14 representa uma gama de configurações a partir de códigos, que são específicos de cada fabricante.



Figura 2-14 - Códigos de extensômetros (EXCEL Sensores, 2009).

Outra característica dos strain-gauges é a constante k conhecida pelo seu nome em inglês "gage-factor" e é uma característica normalmente fornecida pelo fabricante. Assim sendo, fica claro que é possível conhecer a deformação \mathcal{E}_x no ponto onde foi colado o strain-gauge, bastando para isso conhecer a variação de sua resistência elétrica.

2.26. Ponte Wheatstone

Devido às imprecisões e dificuldades de se fazer leitura direta da variação da resistência elétrica em função de deformações em strain-gauges, normalmente utiliza-se circuitos que, a partir de leituras de tensão elétrica, fornecem de forma indireta esta variação de resistência. O circuito em ponte de Wheatstone, por exemplo, desempenha esse papel e pode ser usado para aplicações tanto estáticas como dinâmicas. A figura 2-15 representa este circuito.



Figura 2-15 - Ponte de Wheatstone.

Diferentes configurações de pontes de Wheatstone são usadas para realizar medições de pequenas variações de resistência elétrica, como:

- Configuração em ¼ de ponte;
- Configuração em 1/2 ponte;
- Configuração em ponte completa;

No anexo A é apresentado os tipo de ligação em ponte de Wheatstone mais comuns usados nos ensaios de engenharia.

Aplicando-se a lei de Ohm, tem-se que:

$$V_{AC} = V = (R_1 + R_2)I_1 \implies I_1 = \frac{V}{R_1 + R_2}$$
$$V_{AC} = V = (R_3 + R_4)I_2 \implies I_2 = \frac{V}{R_3 + R_4}$$
2-21

Ainda aplicando-se a lei de Ohm, temos também:

$$V_{AB} = R_1 I_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V$$

$$V_{AD} = R_4 I_2 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V$$

2-22

Sendo E a leitura realizada, partindo-se das equações anteriores tem-se:

$$E = V_{BD} = V_{AB} - V_{AD} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V - \frac{R_4}{R_3 + R_4} V$$

$$E = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} V = \frac{\begin{vmatrix} R_1 & R_2 \\ R_4 & R_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (R_1 + R_2) & 0 \\ 0 & (R_3 + R_4) \end{vmatrix}} V$$
2-23

A ddp E lida será igual a zero e a ponte considerada em equilíbrio se:

$$R_1 R_3 = R_2 R_4$$
 2-24

O balanceamento inicial permite o emprego da ponte de Wheatstone para leituras estáticas e dinâmicas. Após ser balanceada, aplica-se o carregamento na estrutura sensoreada, o que resulta em deformações nos SG. A leitura *E*=0, obtida para a ponte em equilíbrio, passa então a ser $\Delta E \neq 0$:

$$\Delta E = \frac{\begin{vmatrix} R_1 + \Delta R_1 & R_2 + \Delta R_2 \\ R_4 + \Delta R_4 & R_3 + \Delta R_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2) & 0 \\ 0 & (R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4) \end{vmatrix}} V = \frac{A}{B}V$$
2-25

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional *Universidade Luterana do Brasil* Desenvolvendo A:

$$\begin{split} A &= (R_{1} + \Delta R_{1})(R_{3} + \Delta R_{3}) - (R_{4} + \Delta R_{4})(R_{2} + \Delta R_{2}) \\ &= R_{1}R_{3} + R_{1}\Delta R_{3} + \Delta R_{1}R_{3} + \underbrace{\Delta R_{1}\Delta R_{3}}_{segunda \ ordem} - R_{4}R_{2} - R_{4}\Delta R_{2} - \Delta R_{4}R_{2} - \underbrace{\Delta R_{4}\Delta R_{2}}_{segunda \ ordem} \\ &= R_{1}\Delta R_{3} + \Delta R_{1}R_{3} - R_{4}\Delta R_{2} - \Delta R_{4}R_{2} \\ &= R_{1}R_{3}\left(\frac{\Delta R_{1}}{R_{1}} + \frac{\Delta R_{3}}{R_{3}}\right) + R_{2}R_{4}\left(-\frac{\Delta R_{2}}{R_{2}} - \frac{\Delta R_{4}}{R_{4}}\right) \\ &= R_{1}R_{3}\left(\frac{\Delta R_{1}}{R_{1}} - \frac{\Delta R_{2}}{R_{2}} + \frac{\Delta R_{3}}{R_{3}} - \frac{\Delta R_{4}}{R_{4}}\right) \end{split}$$
2-26

Desenvolvendo B:

$$B = (R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2)(R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4)$$
 2-27

Desprezando os temos de segunda ordem e os produtos de $\Delta R_i R_j$, (onde, i, j = 1....4), que são muito pequenos comparados com os produtos $R_i R_j$ tem-se:

$$B = R_1 R_3 + R_1 R_4 + R_2 R_3 + R_2 R_4$$

$$= R_1 R_4 + 2R_1 R_3 + R_2 R_3$$

$$= \frac{R_2}{R_2} R_1 R_4 + 2R_1 R_3 + R_2 R_3$$

$$= \frac{R_1^2 R_3}{R_2} + 2R_1 R_3 + R_2 R_3$$

$$= \frac{R_3^2}{R_2} \left(R_1^2 + 2R_1 R_2 + R_2^2 \right)$$

$$= \frac{R_1 R_3}{R_1 R_2} \left(R_1 + R_2 \right)^2$$

2-28

Substituindo os valores de A e B e na equação 2-25:

Departamento de Engenharia Elétrica

$$\Delta E = \frac{A}{B}V = \underbrace{R_1 R_3 \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4}\right)}_{A} \underbrace{\frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2 R_1 R_3}}_{1/B}V$$

$$\Delta E = V \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4}\right)$$

2-29

Aplicando $\frac{\Delta R}{R} = k.\epsilon_x$, na equação acima temos:

$$\Delta E = V \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \left(k_1 \epsilon_{x1} - k_2 \epsilon_{x2} + k_3 \epsilon_{x3} - k_4 \epsilon_{x4} \right)$$
2-30

Normalmente utiliza-se SG iguais entre si, o que resulta em R1 = R2 = R3 = R4 = R e k1 = k2 = k3 = k4 = k. Assim sendo a última equação pode ser simplificada:

$$\Delta E = V \frac{RR}{(R+R)^2} \left(k\epsilon_{x1} - k\epsilon_{x2} + k\epsilon_{x3} - k\epsilon_{x4} \right)$$

$$\Delta E = \frac{V}{4} k \left(\epsilon_{x1} - \epsilon_{x2} + \epsilon_{x3} - \epsilon_{x4} \right)$$

2-31

Uma observação importante é a seguinte: Caso se tenha 4 SG's medindo deformações num "mesmo ponto" da estrutura, ou seja, $\mathcal{E}x_1 = \mathcal{E}x_2 = \mathcal{E}x_3 = \mathcal{E}x_4 = \mathcal{E}x$ tem-se:

$$\Delta E = \frac{V}{4}k(\epsilon_x - \epsilon_x + \epsilon_x - \epsilon_x) = 0$$
2-32

e, conseqüentemente, a leitura que se faz com o voltímetro seria nula, o que tornaria o ensaio com esta configuração completamente equivocado. Para contornar estes problemas podem-se colar os SG's em posições da estrutura com medidas simétricas de deformações, por exemplo, como mostrado na figura 2-16.



Figura 2-16 - Ensaio de flexão utilizando SG (Apostila Introdução à Extensometria, Pof. Flávio de Souza Barbosa - UFJF).

Neste caso deseja-se medir a deformação longitudinal devida a flexão da barra. Observa-se que as deformações para a carga P nos pontos onde estão colados os SG's são idênticas em módulos e iguais a:

$$\epsilon_{x1} = \epsilon_x$$

$$\epsilon_{x2} = -\epsilon_x$$

$$\epsilon_{x3} = \epsilon_x$$

$$\epsilon_{x4} = -\epsilon_x$$
2-33

Levando as equações 2-33 a equação 2-32, tem-se:

$$\Delta E = \frac{V}{4} k [\epsilon_x - (-\epsilon_x) + \epsilon_x - (-\epsilon_x)]$$

$$\Delta E = \frac{V}{4} k 4 \epsilon_x = V k \epsilon_x$$

2-34

Esta é a equação final de uma ponte de Wheatstone utilizando quatro SG, ou seja, um circuito de Wheatstone com configuração em ponte completa.



3. MATERIAIS E MÉTODOS

Este trabalho mostra o desenvolvimento de um dispositivo para medição de inclinação pela aceleração da gravidade, com o uso de extensômetros de resistência elétrica. O dispositivo constitui uma célula de carga sob forma de pêndulo confeccionado em alumínio, que sofre a deformação, pela ação gravitacional, quando se encontrar em desnível com o plano horizontal.

O pêndulo é considerado como sendo uma viga em balanço com vinculação do tipo engastada em uma das extremidades. Na outra extremidade um peso ocasionará a deformação da viga quando o dispositivo estiver fora de nível. O primeiro passo para o levantamento analítico do problema são os cálculos das reações no engaste, a partir daí determina-se os valores de carregamentos para então, calcular os esforços internos (forças cortantes e momentos fletores), sendo possível desta forma a determinação da deformação da viga. Para fins de simplificação do problema, foram considerados que o material é isotrópico, elástico e homogêneo. A figura 3-1 apresenta o esquema dimensional da viga.



Figura 3-1 - Dimensional da viga (pêndulo).

O valor do módulo de elasticidade foi estimado utilizando o software comercial Solid Works 2009, isso foi possível a partir do desenho da viga com suas dimensões informando ao programa o tipo de material. Com essas informações o Solid fornece uma lista com uma gama de valores possíveis para o módulo de elasticidade (E). Ao atribuir um destes valores ao modelo o software calcula a massa deste, para se obter o valor aproximado de E, bastou pesar a peça (viga) em uma balança de precisão e comparar com a massa fornecida pelo Solid. O processo se repetiu até quando o valor E atribuído ao material da viga correspondeu ao valor da massa medida com balança, obtendo assim o módulo de elasticidade de 79 GPa.



Figura 3-2 - Modelagem do aparato Via Solid Works.

O próximo passo foi o levantamento experimental dos valores de deformação da viga, para tanto foi necessário a instalação de quatro sensores strain-gauges na viga. As conexões dos SG formaram um circuito em ponte completa de Wheatstone para a leitura da tensão. Optou-se pela configuração em ponte completa por apresentar maior linearidade na medição e minimizar desvios pela variação da temperatura.

O valor da deformação é obtido de forma indireta, já que a ponte de Wheatstone fornece valores de tensão. A equação 3-1 foi usada para o alcance da deformação.

$$\Delta E = V k \epsilon_x$$

Onde:

 ΔE = leitura de tensão elétrica na saída da ponte;

V = tensão de alimentação da ponte;

k: gauge-factor que é fornecido pelo fabricante do SG;

 ϵ_x : deformação que ocorre na estrutura onde é colado o SG;

De posse de todas estas informações uma tabela que relaciona deformação, em função da inclinação do mecanismo, com o valor de tensão na saída da ponte, foi obtida. Com isso, a próxima etapa do trabalho foi o condicionamento e aquisição destes sinais e apresentação em um display sobe forma de graus.

3-1

3.1. Descrição Geral do Sistema

O tema principal deste trabalho é o desenvolvimento de um sistema de medição de inclinação de uma superfície pela aceleração da gravidade. O sistema conta com sensores de deformação de resistência elétrica (quatro elementos) que foram instalados (colados), em torno de um pêndulo (viga) engastado em sua parte superior.. Os SG foram ligados formando um circuito de Wheatstone em ponte completa.

A inclinação do dispositivo (suporte do pêndulo) causará a deformação de flexão no pêndulo e por sua vez ocorre mudança nas resistências dos strain-gauges. A partir daí foi obtida uma tabela que relacionará a variação de tensão na saída da ponte de Wheatstone com a inclinação do dispositivo. O sistema conta também com estágios de amplificação do sinal, aquisição de dados pelo microcontrolador PIC 16F877A e estágio de apresentação da inclinação em display de LCD. A figura 3-3 apresenta as etapas para o desenvolvimento do sistema de medição de inclinação pela aceleração gravitacional.



Figura 3-3 - Etapas do sistema desde o estímulo até a resposta em graus.

A primeira etapa da transdução é a deformação do elemento elástico que ocorrerá quando o dispositivo estiver inclinado, desta forma o pêndulo se deformará pela atuação da força peso "P", no centróide da viga. Por sua vez os extensômetros colados nesta viga variam sua resistência à medida que ocorre a deformação da mesma. A etapa final de transdução é a leitura da deformação através da ponte de Wheatstone, fornecendo valor de tensão na saída que é proporcional a deformação sofrida na viga.

3.2. Descrição dos Sistemas Mecânicos

O modelo adotado no presente trabalho é um modelo de vigas previamente abordado na seção 2.16 – Procedimento de Análise. O modelo matemático é obtido pelos procedimentos de análise revisados no referencial teórico, calculando primeiramente as reações para depois definir quais esforços internos atuam no pêndulo engastado e como é o comportamento da deformação em relação às condições no qual o pêndulo está submetido. A figura 3-4 demonstra o diagrama de corpo livre do modelo mecânico:



Figura 3-4 - Diagrama de corpo livre.

O modelo matemático para o cálculo de reações é o seguinte:

$$\sum F_x = 0 : R_{ax} - Psen\theta = 0 \forall (0^\circ \le \theta \le 90^\circ)$$
 3-2

$$\sum M_z = 0 \therefore -M_z - aPsen\theta = 0 \forall (0^\circ \le \theta \le 90^\circ)$$
3-3

em que R_{ax} é a reação vertical no engaste do pêndulo, dadas em N, e M_z é o momento de reação em torno do eixo z no engaste, dado em Nm. A força peso, *P*, dada em N, é aplicada no centro de massa do pêndulo. A cota *a* é à distância do engaste até o ponto de aplicação da força peso, dada em m. O θ é o ângulo formado entre o suporte do pêndulo o plano horizontal.

O modelo desconsidera a reação normal, R_{ay} , e os esforços normais do pêndulo, uma vez que a sua contribuição para fins de esforços internos é bastante pequena. Ao aplicar as funções de singularidade, as reações modeladas permitem obter a seguinte equação, referente ao carregamento p(y):

$$p(y) = M_{\rm s}(y)^{-2} - R_{\rm as}(y)^{-1}$$
3-4

e, desenvolvendo a equação, ao aplicar os valores de M_z e R_{ax} , respectivamente, a equação 3-5 pode ser aplicada:

$$p(y) = -(a - y)Psen\theta(y)^{-2} - Psen\theta(y)^{-1}$$
3-5

O próximo passo do cálculo dos esforços internos é a determinação do esforço cortante (força cortante ou força cisalhante), V(y). Ele depende do tipo de carregamento, já definido anteriormente. A equação 3-6 indica a relação entre carregamento e força cortante:

$$V(y) = \int -P(y)dy$$
 3-6

e, desenvolvendo a equação, é possível obter:

$$V(y) = (a - y)Psen\theta(y)^{-1} + Psen\theta(y)^{0}$$
3-7

A função de singularidade permite calcular essas integrações de forma rápida e simples, e o momento fletor pode ser obtido integrando novamente o esforço cortante. A equação 3-8 indica essa relação:

$$M(y) = \int -V(y)dy$$
 3-8

e, desenvolvendo a equação, é possível finalmente calcular o momento fletor em relação a cada ponto ao longo do eixo *y*:

$$M(y) = -(a - y)Psen\theta\langle y \rangle^0 - Psen\theta\langle y \rangle^1$$
3-9

De posse do momento fletor, o próximo passo é inserir a correlação desse momento na equação da tensão de cisalhamento. Ao torná-la contínua dentro do domínio do eixo y, a singularidade assume valores contínuos para y ao longo da viga:

$$\sigma_{xy} = -\frac{\left[-(a-y)Psen\theta(y)^0 - Psen\theta y\right]\cdot\bar{c}}{\frac{bh^2}{12}}$$
3-10

em que \bar{c} é o centróide da seção em relação á linha média. Essa cota é a distância entre o ponto de aplicação da carga e a extremidade da seção, resultando no valor médio da altura da seção retangular (ou seja, $\bar{c} - d/2$). O perfil da seção analisada da viga é retangular, conforme a figura 3-5:



Figura 3-5 - Perfil retangular.

em que *b* e *d* são a base e a altura da seção, dada em m (deve ser convertido para metros). Como os *strain gauges* são fixados na seção retangular do pêndulo, é esse tipo de perfil que deve ser adotado na modelagem matemática. Para fins de cálculo, é considerado constante o perfil ao longo da viga.

A lei de Hooke permite estabelecer uma relação entre tensão e deformação, conforme a equação 3-11:

$$\varepsilon = \frac{\left[(a-y)Psen\theta(y)^0 - Psen\theta(y)^1\right]\cdot \bar{c}}{E\cdot \frac{bh^3}{12}}$$
3-11

em que E é o módulo de elasticidade do material (ou módulo de Young), dado em GPa, que depende do material aplicado.

A Equação 3-11 é a função da deformação em relação aos parâmetros geométricos da posição dos *strain gauges* (*y*), da posição de aplicação da força peso (*a*) e do ângulo θ no qual o suporte do pêndulo está posicionado. Ela permite Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superficies pela Aceleração Gravitacional Universidade Luterana do Brasil



calcular analiticamente o valor final da deformação conforme a inclinação do equipamento. Alguns dos valores obtidos estão na tabela 1, e na tabela do apêndice B constam todos os valores obtidos.

Ângulo [°]	R _{ax} [N]	Mz [Nm]	Momento fletor [Nm]	Deformação Analítica
0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
1	9,16E-03	-6,90E-04	-9,15E-04	2,09E-06
2	1,83E-02	-1,38E-03	-1,83E-03	4,18E-06
3	2,75E-02	-2,07E-03	-2,74E-03	6,27E-06
4	3,66E-02	-2,76E-03	-3,66E-03	8,36E-06
5	4,57E-02	-3,44E-03	-4,57E-03	1,04E-05
6	5,49E-02	-4,13E-03	-5,48E-03	1,25E-05
7	6,40E-02	-4,82E-03	-6,39E-03	1,46E-05
8	7,30E-02	-5,50E-03	-7,30E-03	1,67E-05
9	8,21E-02	-6,18E-03	-8,20E-03	1,87E-05
10	9,11E-02	-6,86E-03	-9,11E-03	2,08E-05
11	1,00E-01	-7,54E-03	-1,00E-02	2,29E-05
12	1,09E-01	-8,22E-03	-1,09E-02	2,49E-05
13	1,18E-01	-8,89E-03	-1,18E-02	2,70E-05
14	1,27E-01	-9,56E-03	-1,27E-02	2,90E-05
15	1,36E-01	-1,02E-02	-1,36E-02	3,10E-05

Tabela 1 - Valores analíticos de deformação.

3.3. Descrição dos Sistemas Eletroeletrônicos

De posse do equacionamento e levantamentos dos valores analíticos do sistema mecânico partiu-se para o sistema elétrico. O sistema eletroeletrônico foi elaborado da seguinte forma:

- Transdução do sinal;

- Amplificação do sinal;
- Aquisição de dados e apresentação da medição;
- Desenvolvimento do software; e

-Gravação do software no microcontrolador.

Transdução do Sinal

Como mencionado anteriormente este projeto utiliza técnicas de extensometria tendo com elemento sensor strian-gauges. O circuito adotado para

obtenção dos valores tanto analíticos como experimentais foi a Ponte de Wheatstone, configurado em ponte completa por apresentar maior linearidade nas medições e por eliminar efeitos da variação de temperatura.

Os strain-gauges colados no mesmo lado da viga (pêndulo), ou seja, os SG adjacentes estão dispostos em braços opostos na ponte de forma que no mesmo braço da ponte um sensor corresponda à compressão e outro a tração, conforme figura 3-6, se pode observar a configuração do circuito e o memorial de cálculos do sistema elétrico.



Figura 3-6 - Esquema de ligação dos SG em ponte completa.

 $SG_{1} = R + \Delta R$ $SG_{2} = R - \Delta R$ $SG_{3} = R + \Delta R$ $SG_{4} = R - \Delta R$



Figura 3-7 - Representação das variações dos SG's.



Para se obter a tensão de saída na ponte de Wheatstone:

$$V1 = \frac{V \cdot (R - \Delta R)}{(R + \Delta R) + (R - \Delta R)} = \frac{VR - V\Delta R}{2R}$$
 3-12

e também:

$$V2 = \frac{V \cdot (R + \Delta R)}{(R - \Delta R) + (R + \Delta R)} = \frac{VR + V\Delta R}{2R}$$
3-13

A variação de tensão é determinada por:

$$\Delta E = V2 - V1 = \frac{VR + V\Delta R}{2R} - \frac{VR - V\Delta R}{2R}$$

$$\Delta E = \frac{VR + V\Delta R}{2R} - \frac{VR - V\Delta R}{2R} = \frac{2VR}{2R} = \frac{V\Delta R}{R}$$

$$\Delta E = \frac{V\Delta R}{R}$$
 3-14

Como a ponte nos fornece valores de tensão devido as variações dos SG's, como o objetivo é relacionar sinal de tensão e deformação da viga que diretamente relacionada com a inclinação do dispositivo, e como esta deformação só é possível extrair indiretamente, temos então que medir com um voltímetro as variações de tensão na ponte e calcular as variações de resistência para depois calcular a deformação.

Usando a equação 3-15 podemos ter a variação de resistência na ponte, e a equação 3-16 para a determinação da deformação.

12

13

14

15

2,60

2,58

2,56

2,55

2,10E-04

2,30E-04

2,50E-04

2,60E-04

$$\Delta R = \frac{R \cdot \Delta E}{V}$$
 3-15

$$\frac{\Delta R}{R} = k.\varepsilon x \qquad 3-16$$

A ponte de Wheatstone é alimentada com uma tensão de 5,03 V (valor medido na fonte de alimentação), os SG's são de 120 Ω (R=12 0 Ω) e o Δ E será medido, para determinar Δ R e ε_x , basta efetuar as equações 3-15 e 3-16 respectivamente. Uma verificação da coerência das equações 3-15 e 3-16, foi realizada utilizando a equação 3-1. Alguns valores medidos e calculados estão apresentados na tabela 2, e na tabela do apêndice C constam todos os valores obtidos.

Valor referência para cálculo de ΔR e \mathcal{E}_x : 2,81mV (0-90) & 2,82mV (90-180)

Ângulo de inclinação (θ)	ΔE' Medido (mV)	Variação de tensão ΔE (mV)	Deformação Deform ΔR Ex Calculado εx Cal Calculado (mΩ) (μm/m) (μm		Deformação εx Calculado por ΔE (μm/m)
			$\Delta \mathbf{R} = \frac{\mathbf{R} \cdot \Delta \mathbf{E}}{\mathbf{V}}$	$\varepsilon \mathbf{x} = \frac{\Delta \mathbf{R}}{\mathbf{R}.\mathbf{k}}$	$\varepsilon x = \frac{\Delta E}{V.k}$
0	2,81	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
1	2,80	1,00E-05	2,39E-04	9,47E-07	9,47E-07
2	2,78	3,00E-05	7,16E-04	2,84E-06	2,84E-06
3	2,76	5,00E-05	1,19E-03	4,73E-06	4,73E-06
4	2,74	7,00E-05	1,67E-03	6,63E-06	6,63E-06
5	2,73	8,00E-05	1,91E-03	7,57E-06	7,57E-06
6	2,71	1,00E-04	2,39E-03	9,47E-06	9,47E-06
7	2,69	1,20E-04	2,86E-03	1,14E-05	1,14E-05
8	2,67	1,40E-04	3,34E-03	1,33E-05	1,33E-05
9	2,65	1,60E-04	3,82E-03	1,51E-05	1,51E-05
10	2,64	1,70E-04	4,06E-03	1,61E-05	1,61E-05
11	2,62	1,90E-04	4,53E-03	1,80E-05	1,80E-05

Tabela 2 - Valores experimentais de deformação.

5,01E-03

5,49E-03

5,96E-03

6,20E-03

1,99E-05

2,18E-05

2,37E-05

2,46E-05

1,99E-05

2,18E-05

2,37E-05

2,46E-05

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional *Universidade Luterana do Brasil*

Amplificação do Sinal

Para uma melhor visualização na medição de tensão, foi implementado um estágio de pré-amplificação na saída da ponte. Para tanto foi utilizado um amplificador de instrumentação (INA 118 da Burr-Brown), configurado para dar um ganho de 100, conforme esquema da figura 3-8.



Figura 3-8 - Esquema de ligação do INA118 para ganho 100.

A figura 3-9 apresenta o esquemático do circuito implementado para obtenção dos valores de tensão, referentes às variações de resistência na ponte devido à micro deformações ocorridas na viga proveniente da ação gravitacional.



Figura 3-9 – Circuito responsável pela informação de tensão referente a deformação ocorrida na viga (pêndulo).

Para o levantamento dos valores em vários pontos (ângulos), foi montado um sistema de medição que possibilita posicionar o suporte da viga em vários ângulos, partindo do 0° até a posição oposta (180°) em variações de 1°. A figura 3.10 mostra o aparato montado para o levantamento experimental.



Figura 3-10 - Sistema de medição de valores experimentais.

Aquisição de Dados e Apresentação da Medição

Para aquisição dos dados foi utilizado um microcontrolador PIC16F877A, fabricado pelo *Microchip Technology*. Ele fará o monitoramento e aquisição na saída do estágio de transdução através da entrada analógica RA0/AN0 (pino 2) correspondente ao conversor analógico-digital interno. A porta de saída B do microcontrolador foi interligada ao display (LCD JHD 162A) para a apresentação dos valores de inclinação. A figura 3-11 mostra a pinagem do PIC16F877A.



Figura 3-11 – Pinagem Microcontroldor PIC16F877A (Datasheet PIC16F877A). Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superficies pela Aceleração Gravitacional Universidade Luterana do Brasil

Uma amplificação final (ganho 10) foi implementada para melhorar a aquisição e tratamento do sinal. A figura 3-12 apresenta o esquema elétrico do estágio de amplificação final, aquisição e de dados e apresentação dos valores obtidos na medição e display. O esquemático foi desenvolvido com o software *PROTEUS DESIGN SUIT*, com todos os componentes já mencionados, assim como todos os demais componentes necessários para o funcionamento elétrico.



Figura 3-12 – Esquema elétrico do Sistema de Medição de Inclinação.

Desenvolvimento do software

O desenvolvimento do programa de aquisição, tratamento e apresentação das informações foi realizado utilizando programação em linguagem C com o software de compilação PCW da CCS. Este compilador consiste em um ambiente integrado de desenvolvimento (IDE) para toda a linha de processadores PIC.

O programa realiza a leitura dos dados através da entrada analógica RAO (pino 2 do PIC), configurado para converter estes sinais analógicos em digitais e assim poder tratá-los para posteriormente apresentá-los em forma de inclinação no display. A figura 3-13 apresenta o fluxograma do programa desenvolvido. O Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superficies pela Aceleração Gravitacional Universidade Luterana do Brasil



programa realiza a leitura, realiza a conversão analógica-digital, efetua a equação para determinação do ângulo e apresenta no display. O apêndice A apresenta o software desenvolvido.



Figura 3-13 - Fluxograma do programa do sistema de medição de inclinação.

Gravação do programa no PIC

Após a conclusão do programa, o passo seguinte é a gravação do arquivo gerado pelo compilador (extensão .hex) no microcontrolador. O software utilizado para a gravação do programa foi o *PICKit2 V2.55* da Microchip, juntamente com o gravador (hardware) de PIC da Microgênios (Figura 3-14). A gravação é efetivada via USB 2.0 sem a necessidade de retirar o microprocessador do circuito (gravação I*n-Circuit*).



Figura 3-14 - Gravador para PIC (Manual de instruções MicroICD - 2009).

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional *Universidade Luterana do Brasil* Com este conjunto é possível identificar qual o tipo de microprocessador que está sendo utilizado, gravar e apagar programar, leitura de memória entre outras funções. A figura 3-15 mostra a interface do programa de gravação e suas principais funções.

Ně Devozařívný Programatí Tolá Hép Modelo de microcontrolador Reconhecido pelo Gravador Příčeř Configuetin Ováč Configuetin Configuetin Reconhecimento do ID do Gravador Berder Ováč Configuetin Ováč Configuetin Berder Modelo de microcontrolador Reconhecido pelo Gravador Reconhecimento do ID do Gravador Berder Ováč Configuetin Berder Modelo de microcontrolador Reconhecido pelo Gravador Pički 2 connected Encolor Ováč Configuetin Berder Modelo de microcontrolador Reconhecido pelo Gravador Pički 2 connected Encolor Ováč Pički 2 connected Encolor Manter sempre os bits de seleção desativado e marcado tensão de 5,0 V Pički 2 connected Encolor Macle Macle Macle Macle Pički 2 connected Encolor Macle Macle Macle Macle Pički 2 connected Encolor Macle Macle Macle Macle Macle Pički 2 connected Encolor Macle	PICkit 2 Programmer - MicroICD	
Pictor Dorigunation Contextedion: 200 0F0F 0100 085 Reconhecimento do ID do Gravador Neir Diz: Contextedion: 200 0F0F 0100 085 Appendix 0 0F0F 0100 085 Vieir Diz: Contextedion: 200 0F0F 0100 085 MicroColle: Pickt 2 connected = MicroColle: Bardian Pickt 2 connected = MicroColle: MicroColle: MicroColle: Pickt 2 connected = MicroColle: Pickt 2 connected MicroColle: Pickt 2 connected = MicroColle: Pickt 2 connected MicroColle: Pickt 2 connect	Rie DeviceFamily Programmer Tools Help	Modelo de microcontrolador Reconhecido pelo Gravador
Device: Utilifiés2 Configueion: 2000 0PC 0000 0085 Reconhecimento do ID do Gravador User ID:: Exercision Exercision Manter sempre os bits de seleção desativado e marcado tensão de 5,0 V PICH2 2 connected Deskce: For pran Membru On POLA2 On POLA2 Pico pran Membru On MicroCHP On MicroCHP On MicroCHP Nucleand Source Pico pran Membru On MicroCHP On MicroCHP On MicroCHP Source Name Pico pran Membru On MicroCHP On MicroCHP On MicroCHP Source Name Pico pran Membru On MicroCHP On MicroCHP For pran Membru On MicroCHP On MicroCHP Pico pran Membru Exercision MicroCHP For prant prant Marca Apagar programa no microcontroaldor esta apagado 0 400 1 272 7275 7277 7277 7277 7277 7277 0 400 1 272 7278 7277 7277 7277 7277 7277 7277 7277 7277 7277 7277 7277 7277 7277 7277 7277 7277 7277 7	PIC19F Configuration	
User ID:: Expression Expression Reconhecimento do ID do Gravador Deckaam:: 8208 OSCO4L: Bandian PICk: 2: connected = MicroCD Wite: Deckae MicroCCHP PIC Device: Found. Image: Deckae Sol = MicroCHP Vol PICk 2: Sol = MicroChP MicroChP Vol PICk 2: Sol = Vol PICk 2: MicroChP Vol PICk 2: Sol = Vol PICk 2: Vol PICk 2: Vol PICk 2: Sol = Vol PICk 2: Vol PICk 2: Vol PICk 2: Vol PICk 2:	Device: PIC18F452 Configuration: 2708 0F0F 0100	0085
Checkam 6208 OSCON: Bandian Pickace Found. Image: Annotation of the selection of the		Reconhecimento do ID do Gravador
Deckar KOB USUDU Perduce PICkit 2 connected = MicroICD MicroCHP PIC betage Forgram MicroCHP Pic betage Forgram Forgram Weite Verify Enset Forgram Pic betage Forgram Forgram Forgram Forgram Pic betage Forgram Forgram Forgram Forgram Forgram Pic betage Forgram Forgr		
PICkt 2 connected. MicroCCHP Democe Found. marcado tensão de 5,0 V MicroCHP Democe Found. MicroCHP MicroCHP	Checksum: 8208 USCLAL: Bandsap	Manter sempre os bits de seleção desativado e
Pic Device Found. Verify Enaile Verify Enaile Verify Enaile Pic Device Found. Verify Enaile Verify Enaile Verify Enaile Pic Device Found. Verify Enaile Verify Enaile Verify Enaile Pic Device Found. Verify Enaile Verify Enaile Verify Enaile Pic Device Found. Verify Enaile Verify Enaile Verify Enaile Pic Device Found. Verify Enaile Verify Enaile Verify Enaile Pic Device Found. Verify Enaile Verify Enaile Verify Enaile Pic Device Found. Verify Enaile Verify Enaile Verify Enaile Pic Device Found. Verify Enaile Verify Enaile Verify Enaile Pic Device Found. Verify Enaile Verify Enaile Apager programa no microcontroaldor esta apagado Pic Device For Fire Fire Fire Fire Fire Fire Fire Fir	Rickit 2 connected (D = MicrolCD)	marcado tensão de 5,0 V
Read Wite Verify Erase Black Creck Mol B Pro pram Memory Source None First First First First None First	PIC Device Found.	ROCHIP
Read Wite Verify Erare Blank Check MACLE Propram Memory Source Name [Empty] Erared MACLE MACLE MACLE Obo FYF FYF </td <td>-VDD PICkit 2-</td> <td></td>	-VDD PICkit 2-	
Read Wite Verify Enset Blark Check: MCLR Pro pram Memory Source None [Empty Erased] Pro pro provide Pro provide		5.0 1
Proprime Memory Source: Name [Empty Exact] 0 000 F 77 777 F777 F777 <td>Read Write Verify Erase Blank Check CMOLR</td> <td></td>	Read Write Verify Erase Blank Check CMOLR	
Image: Source Name Empty Example <	Program Memory	
0 000 F 7F 7FF FFF FFF <t< td=""><td>Enabled Hex Drily V Source: None (Empty/Erased)</td><td></td></t<>	Enabled Hex Drily V Source: None (Empty/Erased)	
0100 177		FIFE A
0 120 FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP Verificar a memória do microcontroaldor esta apagado 0 300 FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP Apagar programa no microcontroaldor esta apagado 0 400 FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP Apagar programa no microcontrolador 0 400 FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP Verificação do Programa 0 400 FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP Verificação do Programa 0 400 FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP Gravar Programa 0 400 FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP Gravar Programa 0 400 FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP Gravar Programa 0 400 FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP 0 400 FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP 0 400 FTFP FTFP FTFP FTFP FTFP	0010 FITE TTE FET FETE ITET TETT FETE	FTEF
0 500 FT FF FT FF FT FF FT FF FT FF Apagar programa no microcontrolador 0 400 FT FF FT FF FT FF FT FF FT FF FT FF 0 500 FT FF FT FF FT FF FT FF FT FF FT FF Verificação do Programa 0 500 FT FF FT FF FT FF FT FF FT FF FT FF Verificação do Programa 0 500 FT FF FT FF FT FF FT FF FT FF FT FF Verificação do Programa 0 500 FT FF Gravar Programa 0 500 FT FF F	0020 FITE THE FEFT FFTE FTT TOT TOTA CARD	Verificar a memória do microcontroaldor esta apagado
0400 F1PF 77FF 7FFF FFFF 7FFF 7FFF 7FFF YFFF 0500 F1FF 7FFF FFFF FFFF FFFF FFFF YFFF Gravar Programa 0500 F1FF 7FFF FFFF FFFF FFFF FFFF FFF Gravar Programa 0500 F1FF 7FFF FFFF FFFF FFFF FFFF FFF FFF Gravar Programa 0500 F1FF F1FF FFFF FFFF FFFF FFFF FFFF FFF FFF FFF FFF Gravar Programa Ler Programa 00400 F1FF F1FF FFFF FFFF FFFF FFFF FFF	0130 FTTF TTEF FFFT FFTE FTEF TEFT FFTF	Abagar programa no microcontrolador
0 500 F1787 2787 2787 2787 2787 2787 2787 2787 2787 2787 Gravar Programa 0 500 F1787 7177 PT77 PT77 PT77 PT77 PT77 Gravar Programa 0 500 F1787 7177 PT77 PT77 PT77 PT77 PT77 PT77 Gravar Programa 0 500 F1787 7177 PT77 PT77 PT77 PT77 PT77 PT77 PT77 PT77 PT77 Gravar Programa Ler Programa 0 500 F1787 7177 PT77 <	0140 F.YF YFF FFFY FFYF FYFF YFFY FFYF	FTFF
0F00 FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF Gravar Programa 0F00 FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF Gravar Programa 0580 FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF Gravar Programa 0580 FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF Ler Programa 0580 FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF Ler Programa 0580 FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF Ler Programa 0580 FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF FTFF Ler Programa 0580 FTFF Ler Programa 0580 FTFF	0050 F.7F 77Pr veri rite rite reti erre	Verificação do Programa
0000 FTFE	1060 FTSP FOF PFF PFF FFF FFF	Gravar Programa
0000 FTFF FTFFF FTFF FTFF		Ler Programa
00A0 FTFF FTFF FFFF FFFFF FFFFF FFFFF	0090 FTTE TTE FFET FFTE FTET TET	FTFF
00B0 FTFF FTFF FFFF FFFF FFFF FFFF EEPFIDM Data	DOAD FITE THE BEET FITE FITE TEET FITE	FTEF
EEPFIOH Data AutoImpoil Hee Image: Second state stat	00B0 FFFF FFFF FFFF FFFF FFFF FFFF FFFF	FTFF 😴
W Enabled Hes Dnly Auto Imposit Hese 00 F7 F7 <td>EERDON Data</td> <td></td>	EERDON Data	
00 17 <td< td=""><td>Auto</td><td>o Import Hex</td></td<>	Auto	o Import Hex
00 17 17 err err 17 17 17 17 err 17		Vite Device
10 17 <td< td=""><td>00 F7 F7 FF FF FF 7F 7F F7 F7 FF FF 7F 7F</td><td>ad Davice +</td></td<>	00 F7 F7 FF FF FF 7F 7F F7 F7 FF FF 7F 7F	ad Davice +
30 F7	10 F7 F7 FF	DOIL HEALFILE
		Ckit" 2

Figura 3-15 – Interface com o usuário do PICKit2 (Manual de instruções MicroICD - 2009).



4. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O protótipo montado para este projeto mostrou, durante os ensaios práticos realizados, ser capaz de captar as micros deformações mecânicas que ocorrem na viga transformando estas em sinais elétricos provenientes dos sensores extensométricos.

4.1. Modelos

A modelagem matemática adotada corresponde ao modelo técnico de vigas. Os parâmetros geométricos podem ser observados no digrama de corpo livre, a seguir:



Figura 4-1 - Diagrama de corpo livre da viga.

A cota a corresponde a 99,92 mm (ponto de aplicação da força peso, no centro de massa do sistema), a cota y corresponde a 24,62 mm (posição do strain-
gauge em relação ao engaste) e o ângulo θ corresponde ao posicionamento angular do instrumento (varia de 0° até 180°). A seção possui base **b** igual a 12,82 mm e altura **h** igual a 1,61 mm. O centróide **c** corresponde à metade da altura da seção. A massa **m** do sistema é 0,0535 kg, a gravidade **g** é 9,81 m/s², e o módulo de elasticidade **E** é 79 GPa. Isso resulta na seguinte equação matemática:

$$\varepsilon = \frac{M_f.C}{E.M_i}$$
 4-1

Onde:

- M_f = Momento Fletor;
- $\overline{\mathbf{C}}$ = Centróide do cilindro do pêndulo;
- E = Módulo de elasticidade do Alumínio;
- M_i = Momento de inércia da seção retangular;

Substituindo os valores e efetuando previamente alguns produtos se tem a equação da deformação a seguir:

$$\varepsilon = \frac{[0,0395200755sen\theta(y)^0 - 0,524835sen\theta(y)^1] \cdot 0,000805}{0,3522179609}$$
 4-2

Conforme a posição e o ângulo mensurado, é possível determinar qual a deformação que ocorre no *strain gauge*. As componentes normais à seção não contribuem de forma significativa ao resultado e, por isso, são desconsiderados.

4.2. Levantamento analítico

O levantamento analítico adotado se refere às equações do problema já abordado. Para fins de cálculo de varredura, o presente trabalho adota variação de 1° partindo do 0° até a posição oposta (180°). Os cálculos foram dispostos numa planilha do *Microsoft Excel 2007* e seus valores apresentados na tabela do apêndice B. O gráfico correspondente aos valores analíticos de deformação em relação ao ângulo de inclinação está disposto na figura 4-2.



Figura 4-2 - Deformação x Ângulo.

4.3. Levantamento experimental

O levantamento experimental se refere às equações 3-1, 3-15 e 3-16 já abordadas. As medições foram tomadas a cada 1º partindo do 0º até a posição oposta (180º). Os cálculos foram dispostos numa planilha do *Microsoft Excel 2007*, e



seus valores apresentados na tabela do apêndice C. O gráfico correspondente aos valores experimentais de deformação em relação ao ângulo de inclinação está apresentado na figura 4-3.



Figura 4-3 - Deformação x Ângulo.

4.4. Metodologia dos Testes Integrados no Sistema Físico

O sistema de testes possui os seguintes componentes:

- a) Base retangular de alumínio;
- b) Transferidor de acrílico de 180º;
- c) Ponteiro de cobre;
- d) Nível de bolha;

e) Multiteste Minipa Tipo ET-2082^a, precisão de 0,5% para faixa 200 mV até 200 V, número de série 2606;

f) Osciloscópio Tektonix THS720 Std, número de série B014007; e

g) Fonte de alimentação (- 2,5 - + 2,5), utilizado fonte de um condicionador DC para extensometria.

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional *Universidade Luterana do Brasil* O sistema montado para a execução dos testes consiste em uma base de alumínio de forma retangular no qual foi colado um transferidor escolar graduado de 0 a 180 graus, um furo de aproximadamente 3,5 mm de diâmetro foi feito no mesmo lado onde foi colado o transferidor, assim como no dispositivo pendular. Estas duas peças foram unidas por meio de um eixo a fim de que se tenha o movimento de uma das peças, a figura 4-2 ilustra o aparato de teste.



Figura 4-4 – Dispositivo de teste.

Um ponteiro de cobre foi implementado no dispositivo pendular para minimizar erros de paralaxe. Quando o dispositivo estiver na vertical (pêndulo na vertical) o ponteiro marcará 90°, isso significa que o dispositivo está sob uma superfície nivelada, por conseguinte quando estiver na horizontal (pêndulo na horizontal) o ponteiro irá indicar 0° ou 180°. Para o levantamentos dos valores foram adotados os seguintes critérios:

- Posição 90° no transferidor significa 0°;
- Movimento para a direita significa movimento de 0° a 90°; e
- Movimento para a esquerda significa movimento de 0° a -90° ou 90° a 180.

O circuito dos sensores SG foi alimentado por uma fonte DC de um condicionador para extensometria por apresentar uma boa estabilidade do sinal. Ao passo que se realizava o movimento do dispositivo foi sendo tomados os valores de tensão na saída amplificada da ponte, para tanto se utilizou um multiteste. Todos os valores medidos e seus respectivos ângulos encontram-se na tabela do apêndice C. Formas de onda também foram obtidas a partir do osciloscópio que serão tratadas logo adiante.

4.5. Testes estáticos

O objetivo do teste estático é verificar o comportamento da célula de carga quando esta sofrer, por exemplo, um choque mecânico e verificar o tempo de retorno a situação inicial. Para obtenção da forma de onda no momento do impacto foi utilizado um osciloscópio. Com dispositivo posicionado em 90° (indicação do ponteiro) foi tomado sua forma de onda (Figura 4-5).



Figura 4-5 – Forma de onda para dispositivo na vertical, em repouso.

Quando submetido a um choque mecânico, a forma de onde correspondente é mostrada na figura 4-6.



Figura 4-6 – Forma de onda sob impacto mecânico.

Pode-se observar que as vibrações causadas pelo choque transmitiram as micro-deformações através do pêndulo aos SG's e que após há um pouco mais que 4 segundos o pêndulo estabilizou-se, ou seja, um tempo relativamente baixo. As variações de tensões alcançaram em torno de 32 mV ($\Delta E = \pm 32mV$).

4.6. Teste dinâmico

O objetivo do teste Dinâmico é verificar o comportamento da célula de carga quando esta sofrer, por exemplo, um movimento brusco e verificar o tempo de retorno a situação inicial. Para obtenção da forma de onda no momento que ocorre movimento foi utilizado um osciloscópio. Com dispositivo posicionado em 90° (indicação do ponteiro) sua forma de onda já foi exemplificada anteriormente. Quando ocorre o movimento para a direita da sua posição inicial até os 90° e o movimento de retorno a posição inicial a forma de onda correspondente é aquela apresentada na figura 4-7.



Figura 4-7 – Movimento para direita até 0° e retorno a 90°.

Pode-se observar que o dispositivo responde rápido aos movimentos repentinos, a variação de tensão é de aproximadamente 100 mV ($\Delta E = -100 \text{mV}$) e que após há um pouco menos de 1 segundo o pêndulo estabilizou-se, ou seja, um tempo relativamente baixo. Da mesma forma ocorre quando o mecanismo retorna a posição inicial.

Quando ocorre o movimento para a esquerda da sua posição inicial até os 180° e o movimento de retorno a posição inicial a forma de onda é equivalente é a da figura 4-8.



Figura 4-8 - Movimento para esquerda até 180° e retorno a 90°.

Neste caso a variação de tensão também de aproximadamente 100 mV ($\Delta E = 100 \text{mV}$), porém, com sinal positivo, o que era esperado. E também após há um pouco menos de 1 segundo o pêndulo estabilizou-se, ou seja, um tempo de resposta muito bom. Da mesma forma ocorre quando o mecanismo retorna a posição inicial.

Quando ocorre o movimento para a direita da sua posição inicial até os 90° com retorno a posição inicial e o movimento para a esquerda até os 180° com retorno a posição inicial a forma de onda é esta de figura 4-9.



Figura 4-9 - Movimento para direita até 0° com retorno a 90° e movimento para esquerda até 0° com retorno a 90°.



Nesta forma de onda é o somatório do movimento para a direita mais o movimento para e esquerda e sempre retornando para a posição inicial, este comportamento era esperado, a estabilização do sistema é satisfatória tendo em vista seu conceito inicial.

4.7. Comparações dos Resultados do Modelo e o Sistema Real

O projeto proposto foi submetido a análises analíticas e experimentais, com objetivo de verificar a proximidades entre valores e detectar possíveis falhas cometidas ao longo do desenvolvimento do projeto, seja elas teóricas ou práticas. O gráfico da figura 4-10 apresenta as curvas analítica e experimental, pode-se notar a pequena diferença entre elas, por exemplo, em 90° há uma diferença de 1,38E-5 $(\Delta \varepsilon = 1,38E - 5)$ que representa um erro de 0,13.



Figura 4-10 - Relação entre valores analítico e experimental.

Na curva experimental fica claro a histerese mecânica do mecanismo (posição do ponteiro em 90°) isso acontece em muitos que utilizam sensores extensometricos. Isso pode ser corrigido com a implementação de um circuito de



ajuste de zero a base de amplificadores operacionais. Neste projeto não foi implementado, pois como é um projeto conceito e trata-se de um protótipo significa ainda sofrerá modificações e aperfeiçoamentos.

O gráfico da figura 4-11 se refere ao erro percentual entre valores analíticos e experimentais. Muitos instrumentos apresentam erros de 1%, mesmo assim são considerados adequados para um grande número de aplicação. Os maiores erros acontecem nos extremos das medições dentro de uma faixa de 5°, o erro máximo atinge aproximadamente 0,81%. Como a idéia do projeto é medir desníveis em relação ao plano horizontal acredita-se que não terá a aplicação para verificação de ângulos de grandes magnitudes, mas como o erro ficou abaixo de 1% o sistema de medição de inclinação pela aceleração gravitacional poderá ser usado para tal.



Figura 4-11 - Erro relativo entre analítico e experimental.

Na tabela do apêndice D estão apresentados os valores analíticos, experimentais e erros para cada ângulo medido.

4.8. Implementação dos resultados no Software do Sistema de Medição de Inclinação

Para o desenvolvimento de programa foi levantado uma nova tomada de valores experimentais, pois no decorrer do desenvolvimento houve uma pequena discrepância nos valores de tensão, possivelmente devido ao transporte, manuseio ou problemas no processo de colagem dos sensores. Para efeito de qualidade e confiabilidade na resposta do sistema ao observador é que se necessitou este novo levantamento. A figura 4-12 apresenta a tabela com os dados (ângulo e tensão) usados para obtenção da curva característica..

Ângulo (°)	Tensão Medida (V)	Ângulo (°)	Tensão Medida (V)	Ângulo (°)	Tensão Medida (V)
0	1,83	63	2,49	126	3,6
3	1,83	66	2,55	129	3,65
6	1,84	69	2,6	132	3,69
9	1,85	72	2,65	135	3,74
12	1,87	75	2,7	138	3,78
15	1,89	78	2,76	141	3,82
18	1,91	81	2,81	144	3,85
21	1,94	84	2,86	147	3,89
24	1,97	87	2,92	150	3,93
27	2	90	2,98	153	3,96
30	2,03	93	3,03	156	3,99
33	2,06	96	3,08	159	4,02
36	2,1	99	3,14	162	4,05
39	2,13	102	3,2	165	4,07
42	2,17	105	3,25	168	4,09
45	2,22	108	3,3	171	4,11
48	2,26	111	3,35	174	4,12
51	2,3	114	3,4	177	4,13
54	2,35	117	3,45	180	4,14
57	2,4	120	3,5		
60	2,44	123	3,55		

Figura 4-12 - Levantamento experimental para uso dos dados no software.

A partir destes dados foi possível plotar a curva de calibração do modelo. Como observado no fluxograma, o programa executa uma equação que foi extraída da curva de tendência da curva real e essa curva de tendência forneceu a equação de aproximação da curva real do modelo, para utilização na implementação no software. A curva de aproximação é do tipo polinomial e a equação correspondente é sexta ordem. A figura 4-13 apresenta a curva real, a curva de aproximação e a equação.



Figura 4-13 - Curva de Calibração do Sistema.

Pela equação polinomial aproximada determinou-se o valor do ângulo para cada valor de tensão na entrada do AD interno do PIC (pino 2), conforme software implementado (anexo A). A figura 4-14 apresenta alguns valores que relaciona ângulo esperado, tensão medida na entrada do AD, ângulo calculado e lido no display, e os erros para ângulo calculado e lidos no display. No apêndice E estão todos os dados da figura 4-14.

Ângulo (º)	Tensão Medida (V)	Ângulo Calculado (º)	Ângulo Medido (º)	Erro - Ângulo Calculado	Erro - Ângulo Medido/Lido
0	1,83	4,02	2,80	4,02	2,80
3	1,83	4,02	3,60	1,02	0,60
6	1,84	5,65	5,20	-0,35	-0,80
9	1,85	7,24	7,60	-1,76	-1,40
12	1,87	10,30	9,80	-1,70	-2,20
15	1,89	13,20	12,70	-1,80	-2,30
18	1,91	15,96	16,00	-2,04	-2,00
21	1,94	19,84	19,20	-1,16	-1,80
24	1,97	23,45	22,80	-0,55	-1,20
27	2	26,80	26,01	-0,20	-0,99
30	2,03	29,93	29,20	-0,07	-0,80
33	2,06	32,85	32,10	-0,15	-0,90
36	2,1	36,45	36,01	0,45	0,01
39	2,13	38,97	38,20	-0,03	-0,80
42	2,17	42,10	42,00	0,10	0,00

Figura 4-14 – Relação dos dados implementados e obtidos pelo hardware. Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superficies pela Aceleração Gravitacional Universidade Luterana do Brasil Percebe-se no gráfico da figura 4-15 que as curvas do ângulo calculado e medido apresentam uma boa proximidade, isso significa que o programa foi implementado corretamente e que o sistema de medição de inclinação pela aceleração da gravidade é funcional.



Figura 4-15 - Modelo do Sistema de Medição de Inclinação.

A figura 4-16 se refere ao erro absoluto do sistema, conforme dados da tabela 6 do apêndice E. Pode-se notar que o erro absoluto é pequeno e que o sistema tem uma resposta mais aproximada para a faixa de ângulos que vai de 20 graus até aos 125 graus. Esses erros se devem pelos arredondamentos que ocorrem internamente no PIC devido à conversão AD e tipo de variável declarada no programa.



Figura 4-16 – Erro Absoluto.

A figura 4-17 apresenta o Sistema de Medição de Inclinação de Superfície pela Aceleração da Gravidade, desenvolvido neste trabalho. No apêndice F são apresentas fotos com dispositivo pendular em outras posições e os respectivos valores de inclinação.



Figura 4-17 – Sistema De Medição De Inclinação De Superfície Pela Aceleração Gravitacional.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1. Problemas Encontrados

As divergências dos resultados experimentais e analíticos se devem, no caso analítico, as limitações do modelo dadas pela isotropia da condição, homogeneidade do material e simplificações da geometria (tais como, seção uniforme ao longo da viga, solda imperfeita, ou seja, uma viga ideal). As propriedades mecânicas do modelo analítico desconsideram os efeitos da solda no alumínio tanto no que se refere ao módulo de elasticidade devido ao processo de soldagem quanto ao incremento de massa.

No caso experimental, existem diversos fatores que contribuem para o surgimento de erros sistemáticos e aleatórios. Os erros sistemáticos se referem à configuração do sistema no qual estão associados os erros de montagem (instalação dos sensores, confecção do pêndulo, disposição do transferidor em relação ao ponteiro, furação), qualidade dos componentes, erros de paralaxe, exatidão do multímetro, ruídos e efeitos de vibração.

5.2. Avaliação dos Objetivos Propostos

Como este projeto mostra o desenvolvimento de um protótipo, alguns erros são toleráveis. Por se tratar de um projeto conceitual, o mesmo não traça diretrizes de execução, planejamento e projeto orientado para fabricação

Diante dos objetivos propostos para este projeto pode-se considerar que os objetivos gerais foram alcançados. Porém é importante ressaltar o passo inicial para a concepção de um projeto conceitual requer um muito trabalho, neste caso um estudo das reações e fenômenos físicos que ocorrem neste dispositivo.

5.3. Avaliação dos Índices de Qualidade

Para um melhor desempenho, tanto no funcionamento do protótipo como na obtenção das informações mecânicas e elétricas, há a necessidade de melhorias mecânicas e elétricas, assim como a utilização de equipamentos de medições com alto grau de confiabilidade e qualidade para uma futura homologação do projeto para produção.

Todo o aparato desde a célula de carga até o sistema de testes foi confeccionado de forma artesanal, no entanto os resultados obtidos foram tiveram aproximados aos cálculos analíticos. É importante a execução de um projeto de melhoria neste trabalho a fim de obter melhores respostas para se pensar adiante em um projeto de execução. O processo de soldagem do pêndulo pode ser efetivado em oficina de precisão assim como as furações, a utilização de um transferidor de melhor qualidade ou até mesmo um gabarito de precisão que possibilite variar os ângulos para aferição e levantamento de dados. Outro fator importante é o aperfeiçoamento das técnicas de instalação dos sensores strain-gauges, pois estes são os elementos mais sensíveis do trabalho e responsáveis pelo principal fenômeno físico do sistema que é o monitoramento das micro-deformações que ocorrem na viga (pêndulo). Como se trata de um protótipo e um trabalho acadêmico os resultados obtidos são satisfatórios.

5.4. Conclusões

O desenvolvimento deste protótipo teve um desempenho dentro do esperado, apesar de não ter sido confeccionado com alto grau de precisão, demonstrou ser capaz de captar as deformações sofridas na viga devido à aceleração da gravidade, transformá-las em sinais elétricos e apresentar ao observador a inclinação da superfície plana medida. Sua confecção foi realizada de forma artesanal, tanto o suporte do pêndulo, como o sistema montado para execução de testes. Por estes motivos o projeto teve um custo bem baixo.

Os valores analíticos e experimentais tiveram uma proximidade satisfatória, pois o sistema apresentou um erro médio de 0,15% e máximo de 0,81% e para um protótipo pode-se considerar adequado. Diversos fatores contribuíram para o aparecimento erros, um projeto de melhoria deve ser implementado para minimizar estes erros a para um melhor desempenho do sistema.

Portanto, o sistema de medição de inclinação de uma superfície pela aceleração gravitacional é funcional.

5.5. Sugestões para Trabalhos Futuros

Fica como sugestão a continuidade deste projeto no que diz respeito ao aperfeiçoamento mecânico do dispositivo. Melhorias no processo de soldagem do pêndulo ou o uso de outro tipo de engaste, a qualidade dos materiais (seções uniforme), melhorias no processo de instalação dos strain-gauges, utilização de um sistema de testes mais confiável, como por exemplo, uma mesa gabarito com possibilidade de variação de inclinação e utilização de instrumentos de medição mais precisos.

Aperfeiçoar o sistema aquisição de dados (hardware) e também o software, desenvolver um projeto de melhoria deste trabalho, visando alcança maior precisão para medições de inclinação. A célula de carga desenvolvida pode ser implementada com outro conceito para ser usada, por exemplo, em monitoramento de barragens, analise de flanbagens estruturais em edificios, monitoramento de aterros e posicionamento de guindastes. 6.



REFERÊNCIAS

DOEBELIN, Ernest O. - Measurement systems - Application and Design - 3^a Ed. -Boston: Mc.Graw-Hill Book Company, 1990

TIMOSHENKO, S. P. & Gere, J. E. – Mecânica dos Sólidos - Volume I, Rio de Janeiro: Editora LTC, 1983

BEER, F. P. & Johnston Jr., E. R. – Resistência dos Materiais - 4ª Ed. - São Paulo:Editora MacGraw-Hill do Brasil, 2004

POPOV, Egor Paul. Introdução à mecânica dos sólidos - 5ª Ed. - São Paulo: Edgard Blücher, 2002

HIBBELER, Russell Charles - Resistência dos materiais - 5^a Ed. - São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2004

HELFRICK, Albert D. & Cooper, Wiliam D. – Instrumentação Eletrônica Moderna e Técnicas de Medição – 1ª Ed.- Rio de Janeiro: Editora Prentice Hall Do Brasil Ltda, 1994

BORCHARDT, Lidon G. & Zaro, Milton A. – Extensômetros de resistência elétrica (strain gauges) - 1^a Ed.- Porto Alegre: Editora da Universidade, 1982

Danilow, Luis Alberto – Amplificadores Operacionais - 1ª Ed.- São Paulo: Editora Érica Ltda, 1990

FEIRA DE CIÊNCIAS. Disponível em:

http://www.feiradeciencias.com.br/sla12/12_3.asp. Acesso em: 9 dez. 2009.

MSPC Informações Técnicas. Disponível em:

http://www.mspc.eng.br/matr/resmat0510.shtml. Acesso em 18 set. 2009.

MATERIAL DE AULA DA UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL. Disponível em: http://www.ucs.br/ccet/demc/vjbrusam/inst/inst.htm>. Acesso em 18 set. 2009.



EXCEL SENSORES. Disponível em: <http://www.excelsensor.com.br>. Acesso em 22 set. 2009.

KYOWA ELECTRONIC INSTRUMENTS. Disponível em: <http://www.kyowaei.com>. Acesso em 2 out. 2009.



OBRAS CONSULTADAS

CAUDURO, Carlos Roberto – Uma metodologia para Auxílio ao Projeto Mecânico de Transdutores Extensométricos - 1ª. Ed. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 1992. FORMOSO, Marcos Corres – Desenvolvimento de um inclinômetro para Monitorar o Comportamento de Taludes Instáveis de Solos - 1ª. Ed. - Porto Alegre: Editora da UFRGS, 1999.



APÊNDICE A – SOFTWARE DO SISTEMA DE MEDIÇÃO DE INCLINAÇÃO

```
SISTEMA DE MEDIÇÃO DE INCLINAÇÃO PELA ACELERAÇÃO GRAVITACIONAL
#include "C:\diogo\diogo.h"
#include <C:\diogo\LCD.C>
#include <C:\diogo\MATH.H>
float ftensao, fangulo, angulo, dtensao;
void main()
{
 setup_adc_ports(RA0_RA1_RA3_ANALOG);
 setup_adc(ADC_CLOCK_INTERNAL);
 setup_psp(PSP_DISABLED);
 setup_spi(FALSE);
 setup_timer_0(RTCC_INTERNAL | RTCC_DIV_1);
 setup_timer_1(T1_DISABLED);
 setup_timer_2(T2_DISABLED,0,1);
 setup_comparator(NC_NC_NC_NC);
 setup_vref(FALSE);
 lcd_init();
 set_adc_channel (0);
 while (1)
 ł
      dtensao = read_adc();
      ftensao = (5.0/1023) * ((float)dtensao+1.0);
      fangulo = 0.542*(pow(ftensao, 6.0)) + 6.4911*(pow(ftensao, 5.0)) -
      170.6*(pow(ftensao,4.0)) + 1161.2*(pow(ftensao,3.0)) - 3649.5*
      (pow(ftensao,2)) + 5607.3*ftensao - 3392.2;
      printf (lcd_putc, "\f ANGULO = %3.1f", fangulo );
      printf (lcd_putc, "\n TENSAO = %3.1f", ftensao );
      delay_ms (500);
      printf ("\f ANGULO = %3.1f", fangulo);
      delay_ms (500);
}
}
```



Ângulo [°]	R _{ax} [N]	M _z [Nm]	Momento fletor [Nm]	Deformação Analítica
0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
1	9,16E-03	-6,90E-04	-9,15E-04	2,09E-06
2	1,83E-02	-1,38E-03	-1,83E-03	4,18E-06
3	2,75E-02	-2,07E-03	-2,74E-03	6,27E-06
4	3,66E-02	-2,76E-03	-3,66E-03	8,36E-06
5	4,57E-02	-3,44E-03	-4,57E-03	1,04E-05
6	5,49E-02	-4,13E-03	-5,48E-03	1,25E-05
7	6,40E-02	-4,82E-03	-6,39E-03	1,46E-05
8	7,30E-02	-5,50E-03	-7,30E-03	1,67E-05
9	8,21E-02	-6,18E-03	-8,20E-03	1,87E-05
10	9,11E-02	-6,86E-03	-9,11E-03	2,08E-05
11	1,00E-01	-7,54E-03	-1,00E-02	2,29E-05
12	1,09E-01	-8,22E-03	-1,09E-02	2,49E-05
13	1,18E-01	-8,89E-03	-1,18E-02	2,70E-05
14	1,27E-01	-9,56E-03	-1,27E-02	2,90E-05
15	1,36E-01	-1,02E-02	-1,36E-02	3,10E-05
16	1,45E-01	-1,09E-02	-1,45E-02	3,30E-05
17	1,53E-01	-1,16E-02	-1,53E-02	3,50E-05
18	1,62E-01	-1,22E-02	-1,62E-02	3,70E-05
19	1,71E-01	-1,29E-02	-1,71E-02	3,90E-05
20	1,80E-01	-1,35E-02	-1,79E-02	4,10E-05
21	1,88E-01	-1,42E-02	-1,88E-02	4,30E-05
22	1,97E-01	-1,48E-02	-1,96E-02	4,49E-05
23	2,05E-01	-1,54E-02	-2,05E-02	4,68E-05
24	2,13E-01	-1,61E-02	-2,13E-02	4,87E-05
25	2,22E-01	-1,67E-02	-2,22E-02	5,07E-05
26	2,30E-01	-1,73E-02	-2,30E-02	5,25E-05
27	2,38E-01	-1,79E-02	-2,38E-02	5,44E-05
28	2,46E-01	-1,86E-02	-2,46E-02	5,63E-05
29	2,54E-01	-1,92E-02	-2,54E-02	5,81E-05
30	2,62E-01	-1,98E-02	-2,62E-02	5,99E-05
31	2,70E-01	-2,04E-02	-2,70E-02	6,17E-05
32	2,78E-01	-2,09E-02	-2,78E-02	6,35E-05
33	2,86E-01	-2,15E-02	-2,86E-02	6,53E-05
34	2.93E-01	-2.21E-02	-2.93E-02	6.70E-05

Tabela 3 - Resultados analíticos.

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional Universidade Luterana do Brasil



35	3,01E-01	-2,27E-02	-3,01E-02	6,87E-05
36	3,08E-01	-2,32E-02	-3,08E-02	7,04E-05
37	3,16E-01	-2,38E-02	-3,16E-02	7,21E-05
38	3,23E-01	-2,43E-02	-3,23E-02	7,38E-05
39	3,30E-01	-2,49E-02	-3,30E-02	7,54E-05
40	3,37E-01	-2,54E-02	-3,37E-02	7,70E-05
41	3,44E-01	-2,59E-02	-3,44E-02	7,86E-05
42	3,51E-01	-2,64E-02	-3,51E-02	8,02E-05
43	3,58E-01	-2,70E-02	-3,58E-02	8,17E-05
44	3,65E-01	-2,75E-02	-3,64E-02	8,33E-05
45	3,71E-01	-2,79E-02	-3,71E-02	8,48E-05
46	3,78E-01	-2,84E-02	-3,77E-02	8,62E-05
47	3,84E-01	-2,89E-02	-3,84E-02	8,77E-05
48	3,90E-01	-2,94E-02	-3,90E-02	8,91E-05
49	3,96E-01	-2,98E-02	-3,96E-02	9,05E-05
50	4,02E-01	-3,03E-02	-4,02E-02	9,18E-05
51	4,08E-01	-3,07E-02	-4,08E-02	9,31E-05
52	4,14E-01	-3,11E-02	-4,13E-02	9,44E-05
53	4,19E-01	-3,16E-02	-4,19E-02	9,57E-05
54	4.25E-01	-3.20E-02	-4.24E-02	9,70E-05
55	4.30E-01	-3.24E-02	-4.30E-02	9.82E-05
56	4.35E-01	-3.28E-02	-4.35E-02	9.94E-05
57	4.40E-01	-3.31E-02	-4.40E-02	1.01E-04
58	4.45E-01	-3.35E-02	-4.45E-02	1.02E-04
59	4 50E-01	-3 39E-02	-4 50E-02	1.03E-04
60	4 55E-01	-3 42E-02	-4 54E-02	1.04E-04
61	4 59E-01	-3 46E-02	-4 59E-02	1 05E-04
62	4 63E-01	-3 49E-02	-4 63E-02	1.06E-04
63	4 68E-01	-3 52E-02	-4 67E-02	1.07E-04
64	4.72E-01	-3.55E-02	-4.71E-02	1.08E-04
65	4 76E-01	-3 58E-02	-4 75E-02	1.09E-04
66	4.79E-01	-3.61E-02	-4.79E-02	1.09E-04
67	4 83E-01	-3 64E-02	-4 83E-02	1 10E-04
68	4 87E-01	-3 66E-02	-4 86E-02	1 11E-04
69	4.90E-01	-3.69E-02	-4.90E-02	1.12E-04
70	4 93E-01	-3 71E-02	-4 93E-02	1 13E-04
71	4.96E-01	-3.74E-02	-4.96E-02	1.13E-04
72	4 99E-01	-3 76E-02	-4 99E-02	1 14E-04
73	5.02E-01	-3.78E-02	-5.02E-02	1,15E-04
74	5.05E-01	-3.80E-02	-5.04E-02	1.15E-04
75	5.07E-01	-3.82E-02	-5.07E-02	1,16E-04
76	5.09E-01	-3 83E-02	-5.09E-02	1 16E-04
77	5 11E-01	-3 85E-02	-5 11E-02	1.17E-04
78	5 13E-01	-3.87E-02	-5 13E-02	1.17E-04
79	5 15E-01	-3.88E-02	-5 15E-02	1,17E-04
80	5 17E-01	-3 89E-02	-5 16E-02	1 18E-04
81	5 18E-01	-3 90E-02	-5 18E-02	1,18E-04
82	5,20E-01	-3.91E-02	-5 19E-02	1,10E-04
83	5.21E-01	-3 92E-02	-5 21E-02	1 19E-04
84	5,210,01 5,22E-01	-3 03F-02	-5 22E-02	1 10F_04
85	5,22E-01	-3 94E-02	-5 22E-02	1 19E-04
86	5,200.01 5.24E-01	-3 94F-02	-5 23E-02	1 20E-04
87	5,210-01 $5.24F_01$	-3 95F-02	-5 74F-07	1.200-0+ 1.20F-04
88	5,270-01	-3,95E-02	-5,270-02 -5.94F-09	1,20E-04
00	0.2012-01	0,000-02		1.20D-0T

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional Universidade Luterana do Brasil



89	5,25E-01	-3,95E-02	-5,24E-02	1,20E-04
90	5,25E-01	-3,95E-02	-5,24E-02	1,20E-04
91	5,25E-01	-3,95E-02	-5,24E-02	1,20E-04
92	5,25E-01	-3,95E-02	-5,24E-02	1,20E-04
93	5,24E-01	-3,95E-02	-5,24E-02	1,20E-04
94	5,24E-01	-3,94E-02	-5,23E-02	1,20E-04
95	5,23E-01	-3,94E-02	-5,22E-02	1,19E-04
96	5,22E-01	-3,93E-02	-5,22E-02	1,19E-04
97	5,21E-01	-3,92E-02	-5,21E-02	1,19E-04
98	5,20E-01	-3,91E-02	-5,19E-02	1,19E-04
99	5,18E-01	-3,90E-02	-5,18E-02	1,18E-04
100	5,17E-01	-3,89E-02	-5,16E-02	1,18E-04
101	5,15E-01	-3,88E-02	-5,15E-02	1,18E-04
102	5,13E-01	-3,87E-02	-5,13E-02	1,17E-04
103	5,11E-01	-3,85E-02	-5,11E-02	1,17E-04
104	5,09E-01	-3,83E-02	-5,09E-02	1,16E-04
105	5,07E-01	-3,82E-02	-5,07E-02	1,16E-04
106	5,05E-01	-3,80E-02	-5,04E-02	1,15E-04
107	5,02E-01	-3,78E-02	-5,02E-02	1,15E-04
108	4,99E-01	-3,76E-02	-4,99E-02	1,14E-04
109	4,96E-01	-3,74E-02	-4,96E-02	1,13E-04
110	4,93E-01	-3,71E-02	-4,93E-02	1,13E-04
111	4,90E-01	-3,69E-02	-4,90E-02	1,12E-04
112	4,87E-01	-3,66E-02	-4,86E-02	1,11E-04
113	4,83E-01	-3,64E-02	-4,83E-02	1,10E-04
114	4,79E-01	-3,61E-02	-4,79E-02	1,09E-04
115	4,76E-01	-3,58E-02	-4,75E-02	1,09E-04
116	4,72E-01	-3,55E-02	-4,71E-02	1,08E-04
117	4,68E-01	-3,52E-02	-4,67E-02	1,07E-04
118	4,63E-01	-3,49E-02	-4,63E-02	1,06E-04
119	4,59E-01	-3,46E-02	-4,59E-02	1,05E-04
120	4,55E-01	-3,42E-02	-4,54E-02	1,04E-04
121	4,50E-01	-3,39E-02	-4,50E-02	1,03E-04
122	4,45E-01	-3,35E-02	-4,45E-02	1,02E-04
123	4,40E-01	-3,31E-02	-4,40E-02	1,01E-04
124	4,35E-01	-3,28E-02	-4,35E-02	9,94E-05
125	4,30E-01	-3,24E-02	-4,30E-02	9,82E-05
126	4,25E-01	-3,20E-02	-4,24E-02	9,70E-05
127	4,19E-01	-3,16E-02	-4,19E-02	9,57E-05
128	4,14E-01	-3,11E-02	-4,13E-02	9,44E-05
129	4,08E-01	-3,07E-02	-4,08E-02	9,31E-05
130	4,02E-01	-3,03E-02	-4,02E-02	9,18E-05
131	3,96E-01	-2,98E-02	-3,96E-02	9,05E-05
132	3,90E-01	-2,94E-02	-3,90E-02	8,91E-05
133	3,84E-01	-2,89E-02	-3,84E-02	8,77E-05
134	3,78E-01	-2,84E-02	-3,77E-02	8,62E-05
135	3,71E-01	-2,79E-02	-3,71E-02	8,48E-05
136	3,65E-01	-2,75E-02	-3,64E-02	8,33E-05
137	3,58E-01	-2,70E-02	-3,58E-02	8,17E-05
138	3,51E-01	-2,64E-02	-3,51E-02	8,02E-05
139	3,44E-01	-2,59E-02	-3,44E-02	7,86E-05
140	3,37E-01	-2,54E-02	-3,37E-02	7,70E-05
141	3,30E-01	-2,49E-02	-3,30E-02	7,54E-05
142	3,23E-01	-2,43E-02	-3,23E-02	7,38E-05

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional



143	3,16E-01	-2,38E-02	-3,16E-02	7,21E-05
144	3,08E-01	-2,32E-02	-3,08E-02	7,04E-05
145	3,01E-01	-2,27E-02	-3,01E-02	6,87E-05
146	2,93E-01	-2,21E-02	-2,93E-02	6,70E-05
147	2,86E-01	-2,15E-02	-2,86E-02	6,53E-05
148	2,78E-01	-2,09E-02	-2,78E-02	6,35E-05
149	2,70E-01	-2,04E-02	-2,70E-02	6,17E-05
150	2,62E-01	-1,98E-02	-2,62E-02	5,99E-05
151	2,54E-01	-1,92E-02	-2,54E-02	5,81E-05
152	2,46E-01	-1,86E-02	-2,46E-02	5,63E-05
153	2,38E-01	-1,79E-02	-2,38E-02	5,44E-05
154	2,30E-01	-1,73E-02	-2,30E-02	5,25E-05
155	2,22E-01	-1,67E-02	-2,22E-02	5,07E-05
156	2,13E-01	-1,61E-02	-2,13E-02	4,87E-05
157	2,05E-01	-1,54E-02	-2,05E-02	4,68E-05
158	1,97E-01	-1,48E-02	-1,96E-02	4,49E-05
159	1,88E-01	-1,42E-02	-1,88E-02	4,30E-05
160	1,80E-01	-1,35E-02	-1,79E-02	4,10E-05
161	1,71E-01	-1,29E-02	-1,71E-02	3,90E-05
162	1,62E-01	-1,22E-02	-1,62E-02	3,70E-05
163	1,53E-01	-1,16E-02	-1,53E-02	3,50E-05
164	1,45E-01	-1,09E-02	-1,45E-02	3,30E-05
165	1,36E-01	-1,02E-02	-1,36E-02	3,10E-05
166	1,27E-01	-9,56E-03	-1,27E-02	2,90E-05
167	1,18E-01	-8,89E-03	-1,18E-02	2,70E-05
168	1,09E-01	-8,22E-03	-1,09E-02	2,49E-05
169	1,00E-01	-7,54E-03	-1,00E-02	2,29E-05
170	9,11E-02	-6,86E-03	-9,11E-03	2,08E-05
171	8,21E-02	-6,18E-03	-8,20E-03	1,87E-05
172	7,30E-02	-5,50E-03	-7,30E-03	1,67E-05
173	6,40E-02	-4,82E-03	-6,39E-03	1,46E-05
174	5,49E-02	-4,13E-03	-5,48E-03	1,25E-05
175	4,57E-02	-3,44E-03	-4,57E-03	1,04E-05
176	3,66E-02	-2,76E-03	-3,66E-03	8,36E-06
177	2,75E-02	-2,07E-03	-2,74E-03	6,27E-06
178	1,83E-02	-1,38E-03	-1,83E-03	4,18E-06
179	9,16E-03	-6,90E-04	-9,15E-04	2,09E-06
180	6,43E-17	-4,84E-18	-6,42E-18	1,47E-20



APÊNDICE C - VALORES EXPERIMENTAIS DE DEFORMAÇÃO

Tabela 4 - Resultados experimentais.

Valor referência para cálculo de ΔR e $\varepsilon x : 2,81 \text{mV} (0.90)$ & 2,82mV (90-180)

Ângulo de inclinação (θ)	ΔE' Medido (mV)	Variação de tensão ΔE (mV)	ΔR Calculado (mΩ)	Deformação εx Calculado por ΔR (μm/m)	Deformação εx Calculado por ΔE (μm/m)
			$\Delta \mathbf{R} = \frac{\mathbf{R} \cdot \Delta \mathbf{E}}{\mathbf{V}}$	$\varepsilon x = \frac{\Delta R}{R.k}$	$\varepsilon x = \frac{\Delta E}{V.k}$
0	2,81	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
1	2,8	1,00E-05	2,39E-04	9,47E-07	9,47E-07
2	2,78	3,00E-05	7,16E-04	2,84E-06	2,84E-06
3	2,76	5,00E-05	1,19E-03	4,73E-06	4,73E-06
4	2,74	7,00E-05	1,67E-03	6,63E-06	6,63E-06
5	2,73	8,00E-05	1,91E-03	7,57E-06	7,57E-06
6	2,71	1,00E-04	2,39E-03	9,47E-06	9,47E-06
7	2,69	1,20E-04	2,86E-03	1,14E-05	1,14E-05
8	2,67	1,40E-04	3,34E-03	1,33E-05	1,33E-05
9	2,65	1,60E-04	3,82E-03	1,51E-05	1,51E-05
10	2,64	1,70E-04	4,06E-03	1,61E-05	1,61E-05
11	2,62	1,90E-04	4,53E-03	1,80E-05	1,80E-05
12	2,6	2,10E-04	5,01E-03	1,99E-05	1,99E-05
13	2,58	2,30E-04	5,49E-03	2,18E-05	2,18E-05
14	2,56	2,50E-04	5,96E-03	2,37E-05	2,37E-05
15	2,55	2,60E-04	6,20E-03	2,46E-05	2,46E-05
16	2,53	2,80E-04	6,68E-03	2,65E-05	2,65E-05
17	2,52	2,90E-04	6,92E-03	2,75E-05	2,75E-05
18	2,5	3,10E-04	7,40E-03	2,93E-05	2,93E-05
19	2,48	3,30E-04	7,87E-03	3,12E-05	3,12E-05
20	2,46	3,50E-04	8,35E-03	3,31E-05	3,31E-05
21	2,44	3,70E-04	8,83E-03	3,50E-05	3,50E-05
22	2,42	3,90E-04	9,30E-03	3,69E-05	3,69E-05
23	2,41	4,00E-04	9,54E-03	3,79E-05	3,79E-05

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional

24	2,39	4,20E-04	1,00E-02	3,98E-05	3,98E-05
25	2,38	4,30E-04	1,03E-02	4,07E-05	4,07E-05
26	2,36	4,50E-04	1,07E-02	4,26E-05	4,26E-05
27	2,35	4,60E-04	1,10E-02	4,35E-05	4,35E-05
28	2,33	4,80E-04	1,15E-02	4,54E-05	4,54E-05
29	2,31	5,00E-04	1,19E-02	4,73E-05	4,73E-05
30	2,3	5,10E-04	1,22E-02	4,83E-05	4,83E-05
31	2,29	5,20E-04	1,24E-02	4,92E-05	4,92E-05
32	2,27	5.40E-04	1.29E-02	5.11E-05	5.11E-05
33	2,25	5,60E-04	1,34E-02	5,30E-05	5,30E-05
34	2,24	5,70E-04	1,36E-02	5,40E-05	5,40E-05
35	2,22	5.90E-04	1.41E-02	5.59E-05	5.59E-05
36	2,21	6,00E-04	1,43E-02	5,68E-05	5,68E-05
37	2,19	6.20E-04	1.48E-02	5.87E-05	5.87E-05
38	2.17	6.40E-04	1.53E-02	6.06E-05	6.06E-05
39	2,16	6,50E-04	1,55E-02	6,15E-05	6,15E-05
40	2,14	6.70E-04	1.60E-02	6.34E-05	6.34E-05
41	2,13	6,80E-04	1,62E-02	6,44E-05	6,44E-05
42	2,12	6,90E-04	1,65E-02	6,53E-05	6,53E-05
43	2,1	7,10E-04	1,69E-02	6,72E-05	6,72E-05
44	2,09	7,20E-04	1,72E-02	6,82E-05	6,82E-05
45	2,07	7,40E-04	1,77E-02	7,01E-05	7,01E-05
46	2,06	7,50E-04	1,79E-02	7,10E-05	7,10E-05
47	2,05	7,60E-04	1,81E-02	7,19E-05	7,19E-05
48	2,03	7,80E-04	1,86E-02	7,38E-05	7,38E-05
49	2,02	7,90E-04	1,88E-02	7,48E-05	7,48E-05
50	2,01	8,00E-04	1,91E-02	7,57E-05	7,57E-05
51	1,99	8,20E-04	1,96E-02	7,76E-05	7,76E-05
52	1,98	8,30E-04	1,98E-02	7,86E-05	7,86E-05
53	1,97	8,40E-04	2,00E-02	7,95E-05	7,95E-05
54	1,95	8,60E-04	2,05E-02	8,14E-05	8,14E-05
55	1,94	8,70E-04	2,08E-02	8,24E-05	8,24E-05
56	1,93	8,80E-04	2,10E-02	8,33E-05	8,33E-05
57	1,92	8,90E-04	2,12E-02	8,43E-05	8,43E-05
58	1,91	9,00E-04	2,15E-02	8,52E-05	8,52E-05
59	1,89	9,20E-04	2,19E-02	8,71E-05	8,71E-05
60	1,88	9,30E-04	2,22E-02	8,80E-05	8,80E-05
61	1,87	9,40E-04	2,24E-02	8,90E-05	8,90E-05
62	1,87	9,40E-04	2,24E-02	8,90E-05	8,90E-05
63	1,86	9,50E-04	2,27E-02	8,99E-05	8,99E-05
64	1,84	9,70E-04	2,31E-02	9,18E-05	9,18E-05
65	1,83	9,80E-04	2,34E-02	9,28E-05	9,28E-05
66	1,82	9,90E-04	2,36E-02	9,37E-05	9,37E-05
67	1,81	1,00E-03	2,39E-02	9,47E-05	9,47E-05
68	1,8	1,01E-03	2,41E-02	9,56E-05	9,56E-05
69	1,79	1,02E-03	2,43E-02	9,66E-05	9,66E-05
70	1,78	1,03E-03	2,46E-02	9,75E-05	9,75E-05
71	1,77	1,04E-03	2,48E-02	9,85E-05	9,85E-05
72	1,76	1,05E-03	2,50E-02	9,94E-05	9,94E-05
73	1,76	1,05E-03	2,50E-02	9,94E-05	9,94E-05
74	1,75	1,06E-03	2,53E-02	1,00E-04	1,00E-04
75	1,75	1,06E-03	2,53E-02	1,00E-04	1,00E-04
76	1,74	1,07E-03	2,55E-02	1,01E-04	1,01E-04
77	1,74	1.07E-03	2,55E-02	1.01E-04	1,01E-04

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional

78	1,73	1,08E-03	2,58E-02	1,02E-04	1,02E-04
79	1,73	1,08E-03	2,58E-02	1,02E-04	1,02E-04
80	1,73	1,08E-03	2,58E-02	1,02E-04	1,02E-04
81	1,72	1,09E-03	2,60E-02	1,03E-04	1,03E-04
82	1,71	1,10E-03	2,62E-02	1,04E-04	1,04E-04
83	1,71	1,10E-03	2,62E-02	1,04E-04	1,04E-04
84	1,7	1,11E-03	2,65E-02	1,05E-04	1,05E-04
85	1,7	1,11E-03	2,65E-02	1,05E-04	1,05E-04
86	1.7	1.11E-03	2.65E-02	1.05E-04	1.05E-04
87	1.69	1.12E-03	2.67E-02	1.06E-04	1.06E-04
88	1.69	1.12E-03	2.67E-02	1.06E-04	1.06E-04
89	1 69	1 12E-03	2.67E-02	1.06E-04	1.06E-04
90	1 69	1,12E-03	2,67E-02	1.06E-04	1.06E-04
90	2.82	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
91	2,84	2.00E-05	4 77E-04	1.89E-06	1.89E-06
92	2,81	4 00E-05	9 54E-04	3 79E-06	3 79E-06
03	2,88	6.00E-05	1 43E-03	5.68E-06	5.68E-06
93	2,00	8.00E-05	1,10D 00	7 57E-06	7.57E-06
95	2, 9	1 00E-04	2 39E-03	9.47E-06	9.47E-06
96	2,52	1,00E 01 $1.10E_04$	2,000 00	$1.04 \text{F}_{-}05$	$1.04E_{-}05$
90	2,95	1,10E-04	2,02E-03	1,0+E-05	1,04E-05
97	2,95	1,30E-04	3,10E-03	1,23E-05	1,23E-05
98	2,90	1,40E-04	3,340-03	1,53E-05	1,53E-05
100	2,90	1,00E-04	3,02E-03	1,31E-05	1,31E-03
100	2 00	1,60E-04	4,29E-03	1,70E-05	1,70E-05
101	3,02	2,00E-04	4,77E-03	1,09E-05	1,69E-05
102	3,04	2,20E-04	5,25E-03	2,08E-05	2,08E-05
103	3,06	2,40E-04	5,73E-03	2,27E-05	2,27E-05
104	3,08	2,60E-04	6,20E-03	2,40E-05	2,46E-05
105	3,09	2,70E-04	6,44E-03	2,56E-05	2,56E-05
106	3,11	2,90E-04	6,92E-03	2,75E-05	2,75E-05
107	3,13	3,10E-04	7,40E-03	2,93E-05	2,93E-05
108	3,14	3,20E-04	7,63E-03	3,03E-05	3,03E-05
109	3,16	3,40E-04	8,11E-03	3,22E-05	3,22E-05
110	3,18	3,60E-04	8,59E-03	3,41E-05	3,41E-05
111	3,2	3,80E-04	9,07E-03	3,60E-05	3,60E-05
112	3,21	3,90E-04	9,30E-03	3,69E-05	3,69E-05
113	3,23	4,10E-04	9,78E-03	3,88E-05	3,88E-05
114	3,25	4,30E-04	1,03E-02	4,07E-05	4,07E-05
115	3,27	4,50E-04	1,07E-02	4,26E-05	4,26E-05
116	3,29	4,70E-04	1,12E-02	4,45E-05	4,45E-05
117	3,3	4,80E-04	1,15E-02	4,54E-05	4,54E-05
118	3,32	5,00E-04	1,19E-02	4,73E-05	4,73E-05
119	3,34	5,20E-04	1,24E-02	4,92E-05	4,92E-05
120	3,35	5,30E-04	1,26E-02	5,02E-05	5,02E-05
121	3,37	5,50E-04	1,31E-02	5,21E-05	5,21E-05
122	3,39	5,70E-04	1,36E-02	5,40E-05	5,40E-05
123	3,41	5,90E-04	1,41E-02	5,59E-05	5,59E-05
124	3,42	6,00E-04	1,43E-02	5,68E-05	5,68E-05
125	3,43	6,10E-04	1,46E-02	5,77E-05	5,77E-05
126	3,45	6,30E-04	1,50E-02	5,96E-05	5,96E-05
127	3,46	6,40E-04	1,53E-02	6,06E-05	6,06E-05
128	3,48	6,60E-04	1,57E-02	6,25E-05	6,25E-05
129	3,49	6,70E-04	1,60E-02	6,34E-05	6,34E-05
130	3,51	6,90E-04	1,65E-02	6,53E-05	6,53E-05

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional Universidade Luterana do Brasil



$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	131	3,52	7,00E-04	1,67E-02	6,63E-05	6,63E-05
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	132	3,54	7,20E-04	1,72E-02	6,82E-05	6,82E-05
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	133	3,56	7,40E-04	1,77E-02	7,01E-05	7,01E-05
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	134	3,57	7,50E-04	1,79E-02	7,10E-05	7,10E-05
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	135	3,59	7,70E-04	1,84E-02	7,29E-05	7,29E-05
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	136	3,6	7,80E-04	1,86E-02	7,38E-05	7,38E-05
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	137	3,61	7,90E-04	1,88E-02	7,48E-05	7,48E-05
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	138	3,63	8,10E-04	1,93E-02	7,67E-05	7,67E-05
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	139	3,64	8,20E-04	1,96E-02	7,76E-05	7,76E-05
	140	3,65	8,30E-04	1,98E-02	7,86E-05	7,86E-05
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	141	3,66	8,40E-04	2,00E-02	7,95E-05	7,95E-05
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	142	3,67	8,50E-04	2,03E-02	8,05E-05	8,05E-05
$ \begin{array}{ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	143	3,68	8,60E-04	2,05E-02	8,14E-05	8,14E-05
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	144	3,7	8,80E-04	2,10E-02	8,33E-05	8,33E-05
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	145	3,71	8,90E-04	2,12E-02	8,43E-05	8,43E-05
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	146	3,72	9,00E-04	2,15E-02	8,52E-05	8,52E-05
148 $3,74$ $9,20E-04$ $2,19E-02$ $8,71E-05$ $8,71E-05$ 149 $3,75$ $9,30E-04$ $2,22E-02$ $8,80E-05$ $8,80E-05$ 150 $3,77$ $9,50E-04$ $2,27E-02$ $8,99E-05$ $8,99E-05$ 151 $3,77$ $9,50E-04$ $2,27E-02$ $8,99E-05$ $8,99E-05$ 152 $3,78$ $9,60E-04$ $2,29E-02$ $9,09E-05$ $9,09E-05$ 153 $3,8$ $9,90E-04$ $2,34E-02$ $9,28E-05$ $9,28E-05$ 155 $3,83$ $1,01E-03$ $2,41E-02$ $9,56E-05$ $9,56E-05$ 156 $3,84$ $1,02E-03$ $2,43E-02$ $9,66E-05$ $9,66E-05$ 157 $3,84$ $1,02E-03$ $2,43E-02$ $9,66E-05$ $9,66E-05$ 158 $3,85$ $1,03E-03$ $2,46E-02$ $9,75E-05$ $9,75E-05$ 159 $3,86$ $1,04E-03$ $2,48E-02$ $9,85E-05$ $9,85E-05$ 160 $3,87$ $1,05E-03$ $2,50E-02$ $1,00E-04$ $1,00E-04$ 162 $3,88$ $1,06E-03$ $2,53E-02$ $1,00E-04$ $1,00E-04$ 163 $3,89$ $1,07E-03$ $2,55E-02$ $1,02E-04$ $1,02E-04$ 164 $3,9$ $1,09E-03$ $2,60E-02$ $1,03E-04$ $1,03E-04$ 166 $3,91$ $1,09E-03$ $2,60E-02$ $1,03E-04$ $1,03E-04$ 166 $3,91$ $1,09E-03$ $2,65E-02$ $1,05E-04$ $1,05E-04$ 170 $3,94$ $1,12E-03$ $2,72E-02$ $1,08E-04$ $1,05E-04$ 171 $3,$	147	3,73	9,10E-04	2,17E-02	8,61E-05	8,61E-05
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	148	3,74	9,20E-04	2,19E-02	8,71E-05	8,71E-05
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	149	3,75	9,30E-04	2,22E-02	8,80E-05	8,80E-05
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	150	3,77	9,50E-04	2,27E-02	8,99E-05	8,99E-05
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	151	3,77	9,50E-04	2,27E-02	8,99E-05	8,99E-05
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	152	3,78	9,60E-04	2,29E-02	9,09E-05	9,09E-05
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	153	3,8	9,80E-04	2,34E-02	9,28E-05	9,28E-05
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	154	3,81	9,90E-04	2,36E-02	9,37E-05	9,37E-05
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	155	3,83	1,01E-03	2,41E-02	9,56E-05	9,56E-05
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	156	3,84	1,02E-03	2,43E-02	9,66E-05	9,66E-05
1583,851,03E-032,46E-029,75E-059,75E-051593,861,04E-032,48E-029,85E-059,85E-051603,871,05E-032,50E-029,94E-059,94E-051613,881,06E-032,53E-021,00E-041,00E-041623,881,06E-032,55E-021,01E-041,01E-041633,891,07E-032,55E-021,01E-041,01E-041643,91,08E-032,58E-021,02E-041,02E-041653,911,09E-032,60E-021,03E-041,03E-041663,921,10E-032,60E-021,03E-041,05E-041673,921,10E-032,65E-021,05E-041,05E-041683,931,11E-032,65E-021,05E-041,05E-041703,941,12E-032,67E-021,06E-041,06E-041713,951,13E-032,72E-021,08E-041,08E-041733,961,14E-032,72E-021,08E-041,08E-041743,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041753,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041763,971,15E-032,77E-021,10E-041,10E-041773,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041783,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041793,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-04 <td>157</td> <td>3,84</td> <td>1,02E-03</td> <td>2,43E-02</td> <td>9,66E-05</td> <td>9,66E-05</td>	157	3,84	1,02E-03	2,43E-02	9,66E-05	9,66E-05
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	158	3,85	1,03E-03	2,46E-02	9,75E-05	9,75E-05
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	159	3,86	1,04E-03	2,48E-02	9,85E-05	9,85E-05
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	160	3,87	1,05E-03	2,50E-02	9,94E-05	9,94E-05
162 $3,88$ $1,06E-03$ $2,53E-02$ $1,00E-04$ $1,00E-04$ 163 $3,89$ $1,07E-03$ $2,55E-02$ $1,01E-04$ $1,01E-04$ 164 $3,9$ $1,08E-03$ $2,58E-02$ $1,02E-04$ $1,02E-04$ 165 $3,91$ $1,09E-03$ $2,60E-02$ $1,03E-04$ $1,03E-04$ 166 $3,91$ $1,09E-03$ $2,60E-02$ $1,03E-04$ $1,03E-04$ 166 $3,91$ $1,09E-03$ $2,62E-02$ $1,04E-04$ $1,04E-04$ 168 $3,93$ $1,11E-03$ $2,65E-02$ $1,05E-04$ $1,05E-04$ 169 $3,93$ $1,11E-03$ $2,65E-02$ $1,05E-04$ $1,05E-04$ 170 $3,94$ $1,12E-03$ $2,67E-02$ $1,06E-04$ $1,06E-04$ 171 $3,95$ $1,13E-03$ $2,72E-02$ $1,08E-04$ $1,08E-04$ 172 $3,96$ $1,14E-03$ $2,72E-02$ $1,08E-04$ $1,08E-04$ 173 $3,96$ $1,14E-03$ $2,72E-02$ $1,08E-04$ $1,09E-04$ 174 $3,97$ $1,15E-03$ $2,74E-02$ $1,09E-04$ $1,09E-04$ 176 $3,97$ $1,15E-03$ $2,74E-02$ $1,09E-04$ $1,09E-04$ 177 $3,98$ $1,16E-03$ $2,77E-02$ $1,10E-04$ $1,10E-04$ 178 $3,98$ $1,16E-03$ $2,77E-02$ $1,10E-04$ $1,10E-04$ 179 $3,99$ $1,17E-03$ $2,79E-02$ $1,11E-04$ $1,11E-04$	161	3,88	1,06E-03	2,53E-02	1,00E-04	1,00E-04
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	162	3,88	1,06E-03	2,53E-02	1,00E-04	1,00E-04
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	163	3,89	1,07E-03	2,55E-02	1,01E-04	1,01E-04
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	164	3,9	1,08E-03	2,58E-02	1,02E-04	1,02E-04
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	165	3,91	1,09E-03	2,60E-02	1,03E-04	1,03E-04
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	166	3,91	1,09E-03	2,60E-02	1,03E-04	1,03E-04
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	167	3,92	1,10E-03	2,62E-02	1,04E-04	1,04E-04
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	168	3,93	1,11E-03	2,65E-02	1,05E-04	1,05E-04
1703,941,12E-032,67E-021,06E-041,06E-041713,951,13E-032,70E-021,07E-041,07E-041723,961,14E-032,72E-021,08E-041,08E-041733,961,14E-032,72E-021,08E-041,08E-041743,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041753,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041763,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041773,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041783,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041793,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-041803,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-04	169	3,93	1,11E-03	2,65E-02	1,05E-04	1,05E-04
1713,951,13E-032,70E-021,07E-041,07E-041723,961,14E-032,72E-021,08E-041,08E-041733,961,14E-032,72E-021,08E-041,08E-041743,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041753,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041763,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041773,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041783,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041793,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-041803,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-04	170	3,94	1,12E-03	2,67E-02	1,06E-04	1,06E-04
1723,961,14E-032,72E-021,08E-041,08E-041733,961,14E-032,72E-021,08E-041,08E-041743,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041753,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041763,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041763,971,15E-032,77E-021,10E-041,09E-041773,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041783,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041793,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-041803,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-04	171	3,95	1,13E-03	2,70E-02	1,07E-04	1,07E-04
1733,961,14E-032,72E-021,08E-041,08E-041743,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041753,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041763,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041773,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041783,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041793,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-041803,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-04	172	3,96	1,14E-03	2,72E-02	1,08E-04	1,08E-04
1743,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041753,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041763,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041773,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041783,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041793,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-041803,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-04	173	3,96	1,14E-03	2,72E-02	1,08E-04	1,08E-04
1753,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041763,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041773,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041783,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041793,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-041803,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-04	174	3,97	1,15E-03	2,74E-02	1,09E-04	1,09E-04
1763,971,15E-032,74E-021,09E-041,09E-041773,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041783,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041793,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-041803,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-04	175	3,97	1,15E-03	2,74E-02	1,09E-04	1,09E-04
1773,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041783,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041793,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-041803,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-04	176	3,97	1,15E-03	2,74E-02	1,09E-04	1,09E-04
1783,981,16E-032,77E-021,10E-041,10E-041793,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-041803,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-04	177	3,98	1,16E-03	2,77E-02	1,10E-04	1,10E-04
1793,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-041803,991,17E-032,79E-021,11E-041,11E-04	178	3,98	1,16E-03	2,77E-02	1,10E-04	1,10E-04
<u>180</u> 3,99 1,17E-03 2,79E-02 1,11E-04 1,11E-04	179	3,99	1,17E-03	2,79E-02	1,11E-04	1,11E-04
	180	3,99	1,17E-03	2,79E-02	1,11E-04	1,11E-04



APÊNDICE D - VALORES DE ERRO (EXPERIMENTAIS X ANALÍTICOS)

Ângulo [º]	Deformação	Deformação	Erro
Aliguio	Analítica	Experimental	[%]
0	0,00E+00	0,00E+00	0
1	2,09E-06	9,47E-07	0,55
2	4,18E-06	2,84E-06	0,32
3	6,27E-06	4,73E-06	0,25
4	8,36E-06	6,63E-06	0,21
5	1,04E-05	7,57E-06	0,27
6	1,25E-05	9,47E-06	0,24
7	1,46E-05	1,14E-05	0,22
8	1,67E-05	1,33E-05	0,21
9	1,87E-05	1,51E-05	0,19
10	2,08E-05	1,61E-05	0,23
11	2,29E-05	1,80E-05	0,21
12	2,49E-05	1,99E-05	0,20
13	2,70E-05	2,18E-05	0,19
14	2,90E-05	2,37E-05	0,18
15	3,10E-05	2,46E-05	0,21
16	3,30E-05	2,65E-05	0,20
17	3,50E-05	2,75E-05	0,22
18	3,70E-05	2,93E-05	0,21
19	3,90E-05	3,12E-05	0,20
20	4,10E-05	3,31E-05	0,19
21	4,30E-05	3,50E-05	0,18
22	4,49E-05	3,69E-05	0,18
23	4,68E-05	3,79E-05	0,19
24	4,87E-05	3,98E-05	0,18
25	5,07E-05	4,07E-05	0,20
26	5,25E-05	4,26E-05	0,19
27	5,44E-05	4,35E-05	0,20
28	5,63E-05	4,54E-05	0,19
29	5,81E-05	4,73E-05	0,19
30	5,99E-05	4,83E-05	0,19
31	6,17E-05	4,92E-05	0,20
32	6,35E-05	5,11E-05	0,20
33	6,53E-05	5,30E-05	0,19
34	6,70E-05	5,40E-05	0,19

Tabela 5 - Erro comparativo.

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superficies pela Aceleração Gravitacional Universidade Luterana do Brasil



35	6,87E-05	5,59E-05	0,19
36	7,04E-05	5,68E-05	0,19
37	7,21E-05	5,87E-05	0,19
38	7,38E-05	6,06E-05	0,18
39	7,54E-05	6,15E-05	0,18
40	7,70E-05	6,34E-05	0,18
41	7,86E-05	6,44E-05	0,18
42	8,02E-05	6,53E-05	0,19
43	8,17E-05	6,72E-05	0,18
44	8,33E-05	6,82E-05	0,18
45	8,48E-05	7,01E-05	0,17
46	8,62E-05	7,10E-05	0,18
47	8,77E-05	7,19E-05	0,18
48	8,91E-05	7,38E-05	0,17
49	9,05E-05	7,48E-05	0,17
50	9,18E-05	7,57E-05	0,18
51	9,31E-05	7,76E-05	0,17
52	9,44E-05	7,86E-05	0,17
53	9,57E-05	7,95E-05	0,17
54	9,70E-05	8,14E-05	0,16
55	9,82E-05	8,24E-05	0,16
56	9,94E-05	8,33E-05	0,16
57	1,01E-04	8,43E-05	0,16
58	1,02E-04	8,52E-05	0,16
59	1,03E-04	8,71E-05	0,15
60	1,04E-04	8,80E-05	0,15
61	1,05E-04	8,90E-05	0,15
62	1,06E-04	8,90E-05	0,16
63	1,07E-04	8,99E-05	0,16
64	1,08E-04	9,18E-05	0,15
65	1,09E-04	9,28E-05	0,15
66	1,09E-04	9,37E-05	0,14
67	1,10E-04	9,47E-05	0,14
68	1,11E-04	9,56E-05	0,14
69	1,12E-04	9,66E-05	0,14
70	1,13E-04	9,75E-05	0,13
71	1,13E-04	9,85E-05	0,13
72	1,14E-04	9,94E-05	0,13
73	1,15E-04	9,94E-05	0,13
74	1,15E-04	1,00E-04	0,13
15	1,10E-04	1,00E-04	0,13
70	1,10E-04	1,01E-04	0,13
11	1,17E-04	1,01E-04	0,13
18	1,17E-04	1,02E-04	0,13
79	1,18E-04	1,02E-04	0,13
0U 0 1	1,10E-U4	1,02E-04	0,13
81	1,18E-04	1,03E-04	0,13
02	1,19E-04	1,04E-04	0,12
00	1,19E-04	1,04E-04	0,12
04 0E	1,19E-04	1,050-04	0,12
00	1,19E-04	1,050-04	0,12
00 97	1,20E-04	1,05E-04	0,12
01	1,20E-04	1,000-04	0,11
00	1,20C-04	1,000-04	0,11



00	1 005 04	1 065 04	0.10
09	1,200-04	1,000-04	0,12
90	1,20E-04	1,06E-04	0,12
91	1,20E-04	1,11E-04	0,08
92	1,20E-04	1,11E-04	0,08
93	1,20E-04	1,10E-04	0,08
94	1,20E-04	1,10E-04	0,08
95	1,19E-04	1,09E-04	0,09
96	1.19E-04	1.09E-04	0.09
97	1,19E-04	1.09E-04	0.08
98	1 19E-04	1.08E-04	0,09
99	1 18E-04	1.08E-04	0,09
100	$1,10\pm0.1$	1,02E 0 1 $1.07E_04$	0,09
101	1,100-04	1,07E-04	0,09
101	1,100-04	1,000-04	0,10
102	1,17E-04	1,05E-04	0,10
103	1,17E-04	1,05E-04	0,10
104	1,16E-04	1,04E-04	0,10
105	1,16E-04	1,03E-04	0,11
106	1,15E-04	1,03E-04	0,10
107	1,15E-04	1,02E-04	0,11
108	1,14E-04	1,01E-04	0,11
109	1,13E-04	1,00E-04	0,11
110	1,13E-04	1,00E-04	0,11
111	1,12E-04	9,94E-05	0,11
112	1,11E-04	9,85E-05	0,11
113	1,10E-04	9,75E-05	0,12
114	1,09E-04	9,66E-05	0,12
115	1,09E-04	9,66E-05	0,11
116	1,08E-04	9,56E-05	0,11
117	1,07E-04	9,37E-05	0,12
118	1,06E-04	9,28E-05	0,12
119	1.05E-04	9.09E-05	0.13
120	1.04E-04	8.99E-05	0.13
121	1.03E-04	8.99E-05	0.12
122	1 02E-04	8 80E-05	0.13
123	1,01E-04	8 71E-05	0.13
123	9.94E-05	8.61E-05	0.13
125	$9.82 E_{-}05$	8 52F-05	0.13
125	0,70F 05	8 43F 05	0,13
120	9,70E-05	8 22E 05	0,13
127	9,37E-05	8,55E-05	0,13
120	9,770-05	8,14E-05	0,14
129	9,31E-05	7.05E-05	0,14
130	9,16E-05	7,95E-05	0,13
131	9,05E-05	7,80E-05	0,13
132	8,91E-05	7,76E-05	0,13
133	8,77E-05	7,67E-05	0,13
134	8,62E-05	7,48E-05	0,13
135	8,48E-05	7,38E-05	0,13
136	8,33E-05	7,29E-05	0,12
137	8,17E-05	7,10E-05	0,13
138	8,02E-05	7,01E-05	0,13
139	7,86E-05	6,82E-05	0,13
140	7,70E-05	6,63E-05	0,14
141	7,54E-05	6,53E-05	0,13
142	7.38E-05	6,34E-05	0.14

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superficies pela Aceleração Gravitacional Universidade Luterana do Brasil



143	7,21E-05	6,25E-05	0,13
144	7,04E-05	6,06E-05	0,14
145	6,87E-05	5,96E-05	0,13
146	6,70E-05	5,77E-05	0,14
147	6,53E-05	5,68E-05	0,13
148	6,35E-05	5,59E-05	0,12
149	6,17E-05	5,40E-05	0,13
150	5,99E-05	5,21E-05	0,13
151	5,81E-05	5,02E-05	0,14
152	5,63E-05	4,92E-05	0,13
153	5,44E-05	4,73E-05	0,13
154	5,25E-05	4,54E-05	0,14
155	5,07E-05	4,45E-05	0,12
156	4,87E-05	4,26E-05	0,13
157	4,68E-05	4,07E-05	0,13
158	4,49E-05	3,88E-05	0,14
159	4,30E-05	3,69E-05	0,14
160	4,10E-05	3,60E-05	0,12
161	3,90E-05	3,41E-05	0,13
162	3,70E-05	3,22E-05	0,13
163	3,50E-05	3,03E-05	0,14
164	3,30E-05	2,93E-05	0,11
165	3,10E-05	2,75E-05	0,11
166	2,90E-05	2,56E-05	0,12
167	2,70E-05	2,46E-05	0,09
168	2,49E-05	2,27E-05	0,09
169	2,29E-05	2,08E-05	0,09
170	2,08E-05	1,89E-05	0,09
171	1,87E-05	1,70E-05	0,09
172	1,67E-05	1,51E-05	0,09
173	1,46E-05	1,33E-05	0,09
174	1,25E-05	1,23E-05	0,02
175	1,04E-05	1,04E-05	0,00
176	8,36E-06	9,47E-06	0,13
177	6,27E-06	7,57E-06	0,21
178	4,18E-06	5,68E-06	0,36
179	2,09E-06	3,79E-06	0,81
180	1,47E-20	1,89E-06	0

APÊNDICE E - VALORES DE ÂNGULOS E ERROS PARA ÂNGULOS CALCULADOS E APRESENTADOS NO DISPLAY

Ângulo (º)	Tensão (V)	Ângulo Calculado (º)	Ângulo Lido no Display (º)	Erro - Ângulo Calculado	Erro - Ângulo Medido
0	1,83	4,02	2,80	4,02	2,80
3	1,83	4,02	3,60	1,02	0,60
6	1,84	5,65	5,20	-0,35	-0,80
9	1,85	7,24	7,60	-1,76	-1,40
12	1,87	10,30	9,80	-1,70	-2,20
15	1,89	13,20	12,70	-1,80	-2,30
18	1,91	15,96	16,00	-2,04	-2,00
21	1,94	19,84	19,20	-1,16	-1,80
24	1,97	23,45	22,80	-0,55	-1,20
27	2	26,80	26,01	-0,20	-0,99
30	2,03	29,93	29,20	-0,07	-0,80
33	2,06	32,85	32,10	-0,15	-0,90
36	2,1	36,45	36,01	0,45	0,01
39	2,13	38,97	38,20	-0,03	-0,80
42	2,17	42,10	42,00	0,10	0,00
45	2,22	45,72	45,60	0,72	0,60
48	2,26	48,43	47,90	0,43	-0,10
51	2,3	50,99	50,50	-0,01	-0,50
54	2,35	54,05	53,80	0,05	-0,20
57	2,4	56,97	56,60	-0,03	-0,40
60	2,44	59,24	59,10	-0,76	-0,90
63	2,49	62,03	61,90	-0,97	-1,10
66	2,55	65,33	64,80	-0,67	-1,20
69	2,6	68,06	67,80	-0,94	-1,20
72	2,65	70,80	70,40	-1,20	-1,60
75	2,7	73,55	73,40	-1,45	-1,60
78	2,76	76,88	76,60	-1,12	-1,40
81	2,81	79,68	79,60	-1,32	-1,40

Tabela 6 - Relação dos dados implementados e obtidos pelo hardware.

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional



84	2,86	82,50	82,40	-1,50	-1,60
87	2,92	85,90	85,40	-1,10	-1,60
90	2,98	89,31	89,40	-0,69	-0,60
93	3,03	92,17	91,90	-0,83	-1,10
96	3,08	95,01	95,20	-0,99	-0,80
99	3,14	98,42	98,30	-0,58	-0,70
102	3,2	101,79	101,30	-0,21	-0,70
105	3,25	104,59	104,00	-0,41	-1,00
108	3,3	107,36	106,70	-0,64	-1,30
111	3,35	110,11	109,70	-0,89	-1,30
114	3,4	112,86	112,10	-1,14	-1,90
117	3,45	115,60	114,80	-1,40	-2,20
120	3,5	118,35	118,50	-1,65	-1,50
123	3,55	121,14	120,70	-1,86	-2,30
126	3,6	123,99	124,10	-2,01	-1,90
129	3,65	126,95	126,10	-2,05	-2,90
132	3,69	129,41	128,80	-2,59	-3,20
135	3,74	132,65	131,60	-2,35	-3,40
138	3,78	135,42	134,90	-2,58	-3,10
141	3,82	138,37	138,50	-2,63	-2,50
144	3,85	140,73	139,60	-3,27	-4,40
147	3,89	144,11	144,10	-2,89	-2,90
150	3,93	147,79	147,20	-2,21	-2,80
153	3,96	150,78	150,10	-2,22	-2,90
156	3,99	153,99	153,20	-2,01	-2,80
159	4,02	157,46	155,90	-1,54	-3,10
162	4,05	161,19	159,50	-0,81	-2,50
165	4,07	163,85	162,70	-1,15	-2,30
168	4,09	166,66	164,60	-1,34	-3,40
171	4,11	169,61	166,70	-1,39	-4,30
174	4,12	171,15	169,60	-2,85	-4,40
177	4,13	172,73	171,90	-4,27	-5,10
180	4,14	174,36	172,70	-5,64	-7,30

APÊNDICE F – FOTOS DO SISTEMA DE MEDIÇÃO DE INCLINAÇÃO PELA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE



Figura 6-1 – Posição do dispositivo pendular para medições de ângulos acima de 90º.





Figura 6-2 - Posição do dispositivo pendular para medições de ângulos abaixo de $90^{\rm o}$.


How to Form Strain-gage Bridges

No.	Name	Application Sample	Circuit	Output	Remarks	Bridge Box DB-120A/350A
1	1-active-gage 2-wire system Number of gages: 1	Uniaxial stress (uniform tension/compression)	Rg E	$\begin{aligned} \mathcal{C}_{o} &= \frac{E}{4} \mathrm{K}_{\mathrm{S}} \cdot \mathcal{E}_{\mathrm{o}} \\ \mathrm{K}_{\mathrm{S}} \cdot \mathrm{Gage} \mathrm{factor} \\ \mathcal{E}_{\mathrm{o}} \cdot \mathrm{Strain} \\ E: \mathrm{Bridge} \mathrm{voltage} \\ \mathcal{C}_{\mathrm{o}} \cdot \mathrm{Output} \mathrm{voltage} \\ \mathcal{R}_{\mathrm{g}} \cdot \mathrm{Gage} \mathrm{resistance} \\ \mathcal{R}: \mathrm{Fixed} \mathrm{resistance} \end{aligned}$	Suitable for use under environment of less ambient temerature changes; no temperature compensation. x1 output	
2	1-active-gage 3-wire system Number of gages: 1	Uniaxial stress (uniform tension/compression)	Rg Rg E	$\mathcal{C}_{o} = \frac{E}{4} \mathbf{K}_{3} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{0}$	No temperature compensation; thermal effect of leadwires cancelled. x1 output	Rg
з	Dual 1-active-gage 2-wire system in series (to cancel bending strain) Number of gages: 2	Bending Rg1 Rg2 Uniaxial stress (uniform tension/compression)	Rg_1 Rg_1 Rg_2 Rg_2 Rg_2 E	$\begin{aligned} \mathcal{C}_{o} &= \frac{E}{4} \mathbf{K}_{s} \cdot \varepsilon_{o} \\ Rg_{1} & \dots \text{ Strain: } \varepsilon_{1} \\ Rg_{2} & \dots \text{ Strain: } \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{o} &= \frac{\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2}}{2} \\ \mathcal{R}: \text{ Fixed resistance} \\ R &= Rg_{1} + Rg_{2} \end{aligned}$	No temperature compensation; bending strain cancelled. x1 output	
4	Dual 1-active-gage 3-wire system in series (to cancel bending strain) Number of gages: 2	Bending Rg1 Rg2 Uniaxial stress (uniform tension/compression)	Rg1 Rg2 Rg2 E	$\begin{aligned} \mathcal{C}_{o} &= \frac{E}{4} \mathbf{K}_{s} \cdot \mathcal{E}_{o} \\ Rg_{1} & \dots \text{ Strain: } \mathcal{E}_{1} \\ Rg_{2} & \dots \text{ Strain: } \mathcal{E}_{2} \\ \mathcal{E}_{o} &= \frac{\mathcal{E}_{1} + \mathcal{E}_{2}}{2} \\ R: \text{ Fixed resistance} \\ R &= Rg_{1} + Rg_{2} \end{aligned}$	No temperature compensation; bending strain cancelled; thermal effect of leadwires cancelled. x1 output	
5	Active-dummy 2-gage system Number of gages: 2	Active gage		$\begin{split} \mathcal{C}_{o} = & \frac{H}{4} K_{\delta} \cdot \mathcal{E}_{o} \\ K_{s}: \text{Gage factor} \\ \mathcal{E}_{o}: \text{Strain} \\ & \mathcal{E}: \text{Bridge voltage} \\ \mathcal{C}_{o}: \text{Output voltage} \\ & \mathcal{R}_{g}: \text{Strain}: \mathcal{E}_{o} \\ & \mathcal{R}: \text{Fixed resistance} \\ & \mathcal{R}_{g2} \text{Strain: 0} \end{split}$	Temperature compensation; thermal effect of leadwires cancelled. x1 output	
6	Orthogonal 2-active-gage system Number of gages: 2	Unlaxial stress (uniform tension/compression)		$e_{o} = \frac{(1 + v)E}{4} K_{s} \cdot \varepsilon_{o}$ v: Polsson's ratio R_{g1}, R_{g2} : Gage resistance R_{g1}, \dots Strain: $-v_{e_{0}}$ R: Fixed resistance	Temperature compensation; thermal effect of leadwires cancelled. x(1+v) output	
7	2-active-gage system (for bending strain measurement) Number of gages: 2	Rg1 Rg2 Bending stress	R _{g1} <i>R</i> _{g1} <i>R</i> _{g2}	$C_{0} = \frac{E}{2} K_{4} \cdot \varepsilon_{0}$ $Rg_{1} \dots \text{Strain: } \varepsilon_{0}$ $Rg_{2} \dots \text{Strain: } -\varepsilon_{0}$ $R: \text{Fixed resistance}$	Temperature compensation; thermal effect of leadwires cancelled; compressive/ tensile strain cancelled. x2 output	
8	Opposite side 2-active-gage 2-wire system Number of gages: 2	(uniform tension/compression)	R _{g1} <i>C</i> <i>C</i> <i>C</i>	$C_{0} = \frac{E}{2} K_{1} \cdot E_{0}$ $Rg_{1} \dots \text{Strain: } \varepsilon_{0}$ $Rg_{2} \dots \text{Strain: } \varepsilon_{0}$ $R: Fixed resistance$	No temperature compensation; bending strain cancelled by bonding to the front and rear. x2 output	
1						

Diogo Lima de Araújo - Desenvolvimento de um Sistema de Medição de Inclinação de Superfícies pela Aceleração Gravitacional *Universidade Luterana do Brasil*



No.	Name	Application Sample	Circuit	Output	Remarks	Bridge Box DB-120A/350A			
9	Opposite side 2-active-gage 3-wire system Number of gages: 2	Uniaxial stress (uniform tension/compression)		$c_{o} = \frac{E}{2} K_{s} \cdot \varepsilon_{o}$ $R_{g_{1},,} \text{ Strain: } \varepsilon_{o}$ $R_{g_{2},,} \text{ Strain: } \varepsilon_{o}$ $R: \text{ Fixed resistance}$	No temperature compensation; thermal effect of leadwires cancelled; bending strain cancelled by bonding to the front and rear. x2 output				
10	4-active-gage system (for bending strain measurement) Number of gages: 4	Rg, Rg, Rg, Rg, Rg, Bending stress		$e_o = K_s \cdot \varepsilon_o \cdot E$ $Rg_1, Rg_3,,$ Bending strain: ε_o $Rg_2, Rg_4,,$ Bending strain: $-\varepsilon_o$	Temperature compensation; thermal effect of leadwires cancelled; compressive/ tensile strain cancelled. x4 output				
11	Orthogonal 4-active-gage system Number of gages: 4	Rg1 Rg2	Rgi Rgi Rgi E	$\begin{split} \mathcal{C}_{o} =& \frac{(1+\nu)E}{2} K_{s} \cdot \varepsilon_{o} \\ \nu: \text{Poisson's ratio} \\ Rg_{1} \cdot Rg_{3} \dots \\ \text{Strain: } \varepsilon_{o} \\ Rg_{2} \cdot Rg_{4} \dots \\ \text{Strain: } -\nu \varepsilon_{o} \end{split}$	Temperature compensation; thermal effect of leadwires cancelled. x2(1+v) output				
12	Active-dummy 4-gage system Number of gages: 4	Active gages R_{g_1} Unlaxial stress (uniform tension/compression) Dummy R_{g_2} R_{g_4}	Rgi Rgi E	$C_{0} = \frac{E}{2} K_{s} \cdot \varepsilon_{0}$ $Rg_{1} \cdot Rg_{3} \dots,$ Strain: ε_{0} $Rg_{2} \cdot Rg_{4} \dots,$ Strain: 0	Temperature compensation; thermal effect of leadwires cancelled; bending strain cancelled by bonding to the front and rear. x2 output				
13	2-active-gage system (for bending strain measurement) Number of gages: 2		Rgu Rgz	$\begin{aligned} \mathcal{C}_{o} &= \frac{F}{2} K_{3} \cdot \mathcal{E}_{o} \\ Rg_{1} & \dots \\ \text{Bending strain: } \varepsilon_{o} \\ Rg_{2} & \dots \\ \text{Bending strain: } -\varepsilon_{o} \\ R: \text{ Fixed resistance} \end{aligned}$	Temperature compensation; thermal effect of leactwires cancelled. x2 output				
14	4-active-gage system (for bending strain measurement) Number of gages: 4	Rg; Rg; Rg; Rg; Rg; Rg;	Rgi Rgi Rgi E	$\begin{split} \mathcal{C}_{o} &= \mathbf{K}_{3} \cdot \varepsilon_{o} \cdot E \\ Rg_{1}, Rg_{3} \dots \\ & \text{Bending strain: } \varepsilon_{o} \\ Rg_{2}, Rg_{4} \dots \\ & \text{Bending strain: } -\varepsilon_{o} \end{split}$	Temperature compensation; thermal effect of leactwires cancelled. x4 output				
15	4-active-1-gage system (for mean strain measurement) Number of gages: 4	$\langle \qquad \qquad$	Rgy Rgy Tr R Rgy E	$C_{o} = \frac{E}{2} K_{s} \cdot \varepsilon_{o}$ $\varepsilon_{o} = \frac{\varepsilon_{i} + \varepsilon_{i} + \varepsilon_{i} + \varepsilon_{*}}{4}$ $R: \text{ Fixed resistance}$ $Rg = R$ $R = Rg_{1} = Rg_{2} = Rg_{3} = Rg_{4}$	No temperature compensation; mean strain. x1 output				
	• Relation between strain and voltage The output of a strain-gage bridge is expressed as a strain quantity ($\mu\epsilon$) or an output voltage (mV/V or μ V/V) against the bridge voltage. The strain quantity and the output voltage have the following relation: $e_0 = \frac{E}{4} K_s \cdot \epsilon_0$ If the bridge voltage E = 1V and the gage factor Ks = 2.00, $2e_0 = \epsilon_0$. Thus, a strain output is always 2 times larger than a bridge output voltage. $e.g. 3000\mu\epsilon \rightarrow 1500\mu$ V/V = 1.5mV/V								

ANEXO B - TIPOS DE EXTENSÔMETROS





Note: Combination of codes is limited and menu options cannot freely be selected.

To select the most suitable strain gage and related products, refer to Pages 18 to 31.



