

**UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL**

**PRÓ-REITORIA ACADEMICA**

**CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**SISTEMA AERODINÂMICO COM CONTROLE DE POSIÇÃO  
ANGULAR**

**Irineo Costa Machado**

**Canoas**

**2005**

**Irineo Costa Machado**

**SISTEMA AERODINÂMICO COM CONTROLE DE POSIÇÃO  
ANGULAR**

Trabalho da disciplina de Conclusão  
do Curso de Engenharia Elétrica da  
Universidade Luterana do Brasil.

Área de concentração: Automação e Controle

Orientador Prof. ME. Eng. Eletric. Luis  
Fernando Espinosa Cocian.

Canoas  
2005

Irineo Costa Machado, matricula nº: 002704755-5.

## **SISTEMA AERODINÂMICO COM CONTROLE DE POSIÇÃO ANGULAR**

### **FORMARAM PARTE DA BANCA EXAMINADORA:**

- Prof. Dr. Eng. Alexandre Balbinot  
Professor da Universidade Luterana do Brasil - ULBRA
- Prof. Dr. Eng. Valner João Brusamarello  
Professor da Universidade Luterana do Brasil - ULBRA
- Prof. ME. Eng. Luis Fernando Espinosa Cocian – Orientador  
Professor da Universidade Luterana do Brasil – ULBRA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado e aprovado em 28/11/2005.

À minha esposa Livany, ao meu  
filho Henrique, aos meus irmãos  
e irmãs por toda dedicação,  
incentivo e carinho essenciais  
em todos os momentos.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a todos que diretamente ou indiretamente me auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho, em especial:

Ao meu irmão Olí Costa Machado pela sua orientação e apoio na confecção do sistema mecânico implementado;

Ao meu orientador e coordenador do curso de engenharia elétrica Prof. ME. Luis Fernando Espinosa Cocian pela sua orientação, dedicação e incentivo prestado no decorrer do curso e em especial a este trabalho;

Ao Prof. ME. Augusto Alexandre Durganti de Mattos pelo apoio e orientação em sistemas de controle em especial a este trabalho.

A todos os demais professores e funcionários da Pró-Reitoria de Graduação que contribuíram para minha formação acadêmica;

E, finalmente, a todos os colegas e amigos pelo apoio e incentivo constantes.

## ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS .....	7
LISTA DE TABELAS .....	10
LISTA DE ABREVIATURA E SIGLAS .....	11
RESUMO .....	12
ABSTRACT .....	13
1 INTRODUÇÃO .....	14
1.1 Objetivo do Projeto .....	15
1.2 Justificativas do Projeto .....	15
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	17
2.1 Motores de Corrente Contínua .....	17
2.1.1. Cálculo da Função de Transferência .....	18
2.2. Potenciômetros Lineares e Rotativos .....	24
3 DESENVOLVIMENTO DO PROJETO .....	26
3.1. Amplificador diferencial .....	31
3.2. Etapa de potência (“driver” dos motores) .....	32
3.3. Cálculo da Função de Transferência do motor do projeto. ....	35
3.4. Transdutor de posição angular .....	40
3.5. Bloco Controlador .....	43
3.6. Controlador Proporcional (P) .....	45
3.7. Controlador Proporcional-Integral (PI) .....	47
3.8. Controlador Proporcional-Derivativo (PD) .....	49
3.9. Controlador Proporcional Integral e Derivativo (PID) .....	51
4 SINTONIA DE CONTROLADORES PID PELO MÉTODO DE ZIEGLER-NICHOLS. ....	54
4.1 Método da resposta ao Salto para sistema com resposta lenta .....	55
4.2 Estratégia de Controle por Realimentação .....	57
4.3 Ação de controle Proporcional (P) .....	57
4.4 Ação de controle Proporcional mais Integral (PI) .....	60
4.5 Ações de controle Proporcional, Integral e Derivativo (PID) .....	62
CONCLUSÃO .....	65
REFERÊNCIAS .....	66
ANEXOS .....	67

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Esquema do modelo do motor de corrente contínua controlada por armadura.....	17
Figura 2.2 – Resposta à entrada degrau do motor DC. ....	22
Figura 2.3 - A velocidade do motor em função da tensão aplicada nos seus terminais de armadura em regime permanente. ....	23
Figura 2.4 - Potenciômetro aplicado a medição de um deslocamento rotatório. ....	24
Figura 3.1 – Sistema completo montado, onde são mostradas as articulações, a placa do circuito do controlador PID e a placa das fontes de alimentação. ....	27
Figura 3.2 – (a) Diagrama em blocos simplificado do sistema de controle do projeto e; (b) sistema em operação para aquisição da resposta experimental. ....	30
Figura 3.3 – Diagrama elétrico do bloco comparador diferencial. ....	32
Figura 3.4 - Circuito da etapa de potência (“ <i>driver</i> ” dos motores <i>A</i> e <i>B</i> ) ....	33
Figura 3.5 - Circuito já implementado em placa de circuito impresso. ....	33
Figura 3.6 – (a) Os dois motores Goldem Cabo ligados por uma alavanca de força e; (b) detalhe da montagem. ....	36
Figura 3.7 – Resposta transitória teórica do motor Goldem Cabo à entrada degrau de amplitude <i>12 Volts</i> . ....	37
Figura 3.8 - Curva teórica da velocidade angular do motor Goldem Cabo em função da tensão de armadura em regime permanente. ....	38
Figura 3.9 - Resposta transitória real do motor à entrada degrau de amplitude 10 volts. ....	38
Figura 3.10 - Curva da velocidade angular do motor Goldem Cabo em função da tensão de armadura em regime permanente. ....	39
Figura 3.11 – Sensor de posição angular tipo potenciômetro rotativo.....	41
Figura 3.12 – Acoplamento da haste com a base do sistema mecânico.....	42
Figura 3.13 - Instalações do sensor na abertura da base. ....	42

Figura 3.14 – Circuito elétrico completo montado. ....	44
Figura 3.15 – Placa do circuito onde os blocos do sistema foram montados. ....	45
Figura 3.16 – Circuito do amplificador Proporcional. ....	46
Figura 3.17 – (a) Diagrama em blocos de um controlador aporcional-mais-integral e; (b) entrada em degrau e; (c) efeito da ação integral mais a proporcional e; (d) circuito controlador Proporcional-mais-Integral.....	48
Figura 3.18 - Circuito controlador Proporcional-mais-Derivativo. ....	50
Figura 3.19 – (a) Diagrama em blocos de um controlador Proporcional-mais-Derivativo e; (b) entrada em rampa unitária e; (c) saída do controlador e; (d) interpretação da ação Proporcional-mais-Derivativa. ....	51
Figura 3.20 – Esquema elétrico do controlador PID.....	52
Figura 3.21 – (a) Diagrama em blocos de um controlador Proporcional-mais-Integral-mais-Derivativo e; (b) entrada em rampa unitária e; (c) saída do controlador. ....	53
Figura 3.22 – Posição angular do sistema de propulsão sendo controlada por um PID analógico. ....	53
Figura 4.1 - Diagrama Esquemático para o Projeto de um PID.....	54
Figura 4.3 – Resposta experimental do sistema de controle Proporcional. ....	58
Figura 4.4 – Resposta experimental do sistema de controle Proporcional após ajuste manual.....	60
Figura 4.5 – Resposta transitória experimental do sistema de controle Proporcional e integral.....	60
Figura 4.6 – Resposta experimental do sistema de controle Proporcional e Integral.....	62
Figura 4.7 – Resposta experimental do sistema de controle Proporcional, Integral e Derivativa (PID).....	63
Figura 4.8 – Resposta experimental do sistema de controle Proporcional, Integral e Derivativo (PID).....	64
Figura A1 – linearidade independente de tensão do potenciômetro em teste.....	69
Figura B1 – Circuito da fonte simétricas $\pm 15VDC$ . ....	70
Figura B2 – Duas fontes simétricas $\pm 15VDC$ montadas.....	71
Figura C1 – Circuito completo montado.....	73
Figura D1 – Placas do circuito do Controlador PID e das fontes de alimentação dos Motores A e B. ....	76
Figura D2 – Resposta transitória sendo retirada do sistema operando. ....	76



Figura D3 – Módulo de ajuste do controlador P, PI, PD, PID.....	77
Figura D4 – Vista frontal superior do sistema aerodinâmico após a montagem. ....	77
Figura D5 – Sistema operando com controle PID. ....	78
Figura D6 – Vista geral dos módulos de controle, alimentação e ajuste. ....	78

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Equipamentos utilizados no desenvolvimento do projeto. ....	28
Tabela 4.1 – Tabela dos pontos da resposta transitória real do motor à entrada degrau de amplitude 10 volts. ....	38
Tabela 4.2 – Tabela da curva de velocidade angular do motor Goldem Cabo em função da tensão de armadura em regime permanente. ....	39
Tabela 4.3 - Valores preestabelecidos para ajuste pelo método resposta ao salto. ....	56
Tabela 4.4 – Tabela dos valores calculados para os parâmetros da curva do método resposta ao salto. ....	57
Tabela 4.5 – Ajustes efetuados com observância no desempenho do sistema.....	59
Tabela 4.6 – Ajustes na ação de controle PI .....	61
Tabela 4.7 – Ajustes na ação de controle PID. ....	64
Tabela A1 – Sinal de saída do potenciômetro (em tensão (V)) sua média aritmética para 9 diferentes ângulos de posição da haste ( $0^\circ - 180^\circ$ ). ....	68

## LISTA DE ABREVIATURA E SIGLAS

<b><i>AC</i></b>	Corrente elétrica alternada no tempo.
<b><i>Ampop</i></b>	Circuito integrado chamado Amplificador Operacional que realiza operações matemáticas.
<b><i>DC</i></b>	Corrente elétrica contínua no tempo.
<b><i>fcem</i></b>	Força contra eletro motriz é o fluxo magnético que se opõe às variações do fluxo principal, isto é, o sentido da corrente induzida é tal que sempre se opõe à causa que a produziu .
<b><i>NPN</i></b>	Seqüência de dopagem de um transistor (N= dopagem negativa; P = dopagem positiva).
<b><i>tp</i></b>	Tempo de Pico máximo da resposta experimental de um sistema de controle.
<b><i>P</i></b>	Ação de controle Proporcional.
<b><i>PD</i></b>	Ação de controle Proporcional mais Derivativo.
<b><i>ts</i></b>	Tempo de estabilização da resposta experimental de um sistema de controle.
<b><i>Mo</i></b>	Erro de sobressinal (overshoot) da resposta experimental de um sistema de controle.
<b><i>Ereg</i></b>	Erro em regime estacionário da resposta experimental de um sistema de controle.
<b><i>tr</i></b>	Tempo de subida de 10% à 90% da resposta experimental de um sistema de controle.
<b><i>PI</i></b>	Ação de controle Proporcional mais Integral.
<b><i>PID</i></b>	Ação de controle Proporcional mais Integral mais Derivativo.
<b><i>PNP</i></b>	Seqüência de dopagem de um transistor (P = dopagem positiva; N = dopagem negativa).

## **RESUMO**

O presente trabalho tem por objetivo desenvolver um sistema aerodinâmico com controle de posição angular acionado por dois ventiladores acionados por motores de corrente contínua. O projeto envolve a construção de um controle e das estruturas mecânicas e elétricas. O desafio é controlar este sistema com técnicas de controle linear clássica tipo PID, relacionando as variáveis de velocidade dos motores com a tensão de erro de posição. Os eixos móveis reproduzem uma resposta não-linear do acionamento, por não apresentar uma associação direta entre a posição do ângulo do eixo com a posição do braço dos ventiladores, aumentando a dificuldade de controlar o sistema. Apesar disto, as ações de controle demonstraram estabilidade e com capacidade de posicionar o sistema mecânico no ângulo desejado, atendendo os objetivos iniciais.

Palavras chaves: acionamento; aerodinâmica; controlador; PID.

## **ABSTRACT**

The aim of this work is to develop an aerodynamic system with an angular position control activated by two motors of direct current. The project involved the creation of a control and also its electrical and mechanical structures. The challenge here is to control this system using the PID classical linear controlling techniques, connecting the motor's velocity variable and the tension of position error. The mobile axle reproduces a non-linear form of actioning because it does not present a strict relation between the position of the axle's angle and the position of the fans blades, increasing the difficulty of controlling the system. In spite of this fact, the controlling actions showed stability and having the ability of positioning the mechanical system on the desired angle, considering the initial goal.

Key Words: actioning; aerodynamic; controller; PID.

## 1 INTRODUÇÃO

A teoria de controle e de acionamentos está integrada a todas as áreas do desenvolvimento tecnológico. Cada vez mais novos recursos com melhor eficiência estão surgindo na área de controle, como transdutores de variáveis físicas (pressão, temperatura, força, massa, densidade, dilatação, luz, etc) em sinais elétricos (tensão, corrente, resistência, capacitância, indutância, etc), o uso da fibra ótica para diminuir as perdas na transmissão dos sinais, elementos finais de controle com maior precisão, enfim, são condições necessárias para realizar novos projetos com maior segurança e melhores produtos.

Os sistemas de controle são encontrados em abundância em alguns setores da indústria, tais como, controle de processos contínuos, linha de montagem automática, controle de ferramentas, tecnologia espacial e de armamento, sistemas de transporte e de potência, robôs e muitos outros.

Dentro deste contexto, o presente trabalho procura desenvolver um sistema de propulsão com controle de posição angular, utilizando técnica de controle linear tipo P, PI, PID.

Este sistema poderá ser utilizado como protótipo de ensino em aulas práticas de controle, ou ainda em equipamentos de aeromodelismo para controlar trajetória de voo. Posicionar uma peça mecânica adequadamente, sempre foi um desafio clássico de ajuste, onde o controle analógico ou digital é empregado. O sistema é acionado por dois motores de corrente contínua onde, em seus eixos são acopladas pás para ventilação, que fazem a ação de propulsão.

Através do controle de velocidade dos motores, pretende-se manter o braço mecânico na posição de ângulo desejado. O comportamento oscilante tenta reproduzir o problema de estabilização, freqüente em situações típicas tais como, o controle da trajetória de uma aeronave, de um projétil, do braço de um robô, ou do movimento de um satélite, etc.

O projeto contempla o desenvolvimento do controlador e do sistema mecânico, na realização de experimentos práticos com a planta operando, o que introduzirá um caráter interdisciplinar ao trabalho, com desenvolvimento de componentes utilizados nas áreas de elétrica, eletrônica e mecânica, explorando os conhecimentos adquiridos no decorrer do curso de engenharia elétrica.

## 1.1 OBJETIVO DO PROJETO

Este trabalho mostra a construção de um sistema elétrico e mecânico, o sistema de propulsão é adaptado sobre um eixo móvel que produz um sistema não-linear de controle, isto é, não apresenta uma associação direta entre a posição do ângulo do eixo com a posição do braço dos ventiladores. O objetivo é controlar a posição angular deste sistema com técnicas de controle tradicionais (PID), regulando através da tensão a velocidade de dois motores que funcionam como propulsores. Para isso, fez-se necessário a construção de uma estrutura de controle linear tipo controlador compensador colocando em série com a planta.

Usar um controlador PID para compensar a posição angular do braço de sustentação de dois ventiladores, devendo permanecer em equilíbrio mesmo após sofrer perturbações no sistema ou alterações no sinal de referência.

A montagem mecânica será totalmente artesanal, em alumínio e madeira leve (resistência e leveza serão necessárias para um bom desempenho).

O controle será analógico, objetivando uma visão direta sobre a funcionalidade, os distúrbios poderão ser inseridos manualmente e ao mesmo tempo ser observado o desequilíbrio e a conseqüente compensação pela ação do controle PID.

O sistema deverá operar ajustando a posição angular do branco de sustentação de dois ventiladores, através da variação na velocidade de dois motores.

## 1.2 JUSTIFICATIVAS DO PROJETO

O sistema de controle envolve o conhecimento de varias disciplinas do curso de Engenharia Elétrica.

A demonstração funcional de um sistema analógico possibilita a observância direta das alterações, seus efeitos na malha, pode-se ter interferência manual nos ajustes, enfim, aprendendo a executar uma compensação de sistema fechado de controle.

Esta ferramenta pode servir de apoio didático pratico em disciplinas correlacionadas como sistemas de controle, máquinas elétricas, Eletrônica de potência entre outras.



## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. Motores de Corrente Contínua

O projeto utiliza dois motores de corrente contínua, controlado por armadura. O motor é um transdutor eletromecânico que converte a tensão contínua aplicada nos seus terminais, em movimento mecânico do seu eixo. Deve-se aplicar uma tensão contínua para que o motor entre em funcionamento. O movimento do motor é a variável de saída, ou seja, o interesse é na sua posição, [4].

O objetivo deste projeto é controlar a posição angular de um sistema mecânico, através do controle de velocidade de dois motores de corrente contínua, que diante das variações de tensão e de perturbações indesejadas, aumenta ou diminui a velocidade, posicionando o braço para um erro nulo.

Desta forma, é definido a função de transferência relacionado a velocidade do eixo “ $w$ ” em relação à tensão aplicada. A Figura 2.1 mostra o esquema do modelo do motor de corrente contínua, controlado por armadura [8], adotado no projeto.

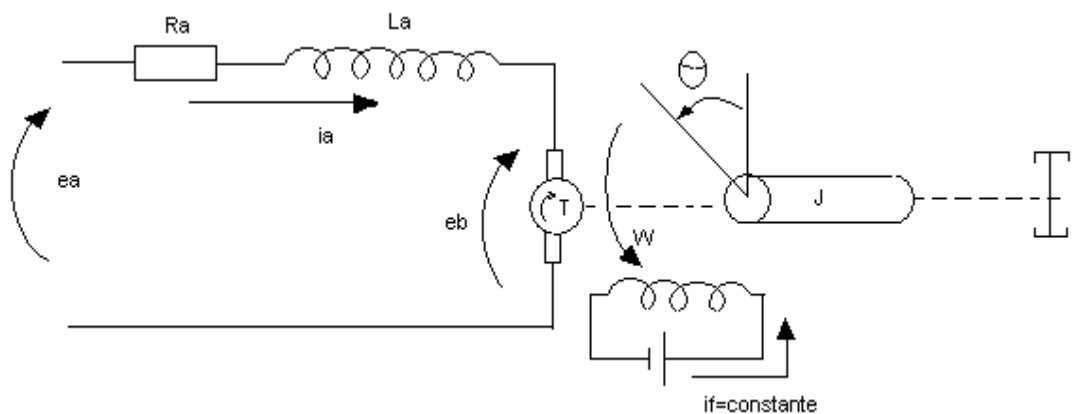


Figura 2.1 – Esquema do modelo do motor de corrente contínua controlada por armadura.

O esquema ilustra o modelo adotado para os motores de corrente contínua controlada por armadura, onde:

$Ra$  = Resistência da armadura [ $\Omega$ ]

$La$  = Indutância da armadura [H]

$J$  = Momento de inércia do motor [ $N.m.s^2$ ]

$T$  = Torque do motor [N.m]

$f$  = Coeficiente de atrito [N.m]

$\theta$  = Posição do eixo do motor (saída) [°]

$W$  = Velocidade do eixo do motor (saída) [rad/s]

$ea$  = Tensão de armadura (entrada) [V]

$ia$  = Corrente de armadura [A]

$eb$  = Tensão da força contra eletro motriz (f.c.e.m) [V]

$if$  = Representação do campo contínuo gerado pelo ímã interno do motor (corrente de campo) [A].

### 2.1.1. Cálculo da Função de Transferência

Em um transdutor eletromecânico a modelagem é feita através da definição de equações elétricas, mecânicas e eletromecânicas.

#### a) Equação elétrica

A equação elétrica do motor é obtida através da segunda lei de *Kirchoff*<sup>1</sup>, aplicada na malha de armadura, resultando [4]:

$$Ea = eb + Ra \cdot ia + La \frac{dia}{dt} \quad (2.1)$$

#### b) Equação mecânica.

Sabendo-se que o torque  $T$  é o elemento da mecânica correspondente a tensão, gerando um movimento  $W$  que é o elemento correspondente a corrente [4]. O movimento gerado pelo torque depende da resistência do movimento definido pelo coeficiente de atrito  $f$  (correspondente a resistência) e do movimento de inércia  $J$ , que funciona da mesma maneira que o indutor na eletricidade. Pode-se concluir que:

$$T = f \cdot w + J \cdot \frac{dw}{dt} \quad (2.2)$$

---

<sup>1</sup> *Gustav Robert Kirchoff*, prof. Universitário alemão que estabeleceu regras (leis) para cálculo das correntes e tensões em um circuito.

### c) Equações eletromecânicas.

Podem ser relacionadas variáveis mecânicas com variáveis elétricas. São equações resultantes das equações eletromagnéticas [4]:

$$E = \beta \cdot \ell \cdot v \quad (2.3)$$

$$F = \beta \cdot i \cdot \ell \quad (2.4)$$

A Equação (2.3) afirma que a diferença de potencial  $E$  nos terminais de um fio de comprimento  $\ell$ , submetido ao campo magnético de intensidade  $\beta$  com velocidade  $v$ , é o produto destas 3 variáveis.

Da Equação (2.4) resulta que a força  $F$  em um fio de comprimento  $\ell$ , percorrida por uma corrente  $i$  em um campo magnético de intensidade  $\beta$ , é o produto  $\beta \cdot i \cdot \ell$ .

Sabendo que o torque é a força multiplicada pelo raio do movimento  $r$  e que velocidade  $v$  é a velocidade angular  $\omega$  multiplicada pelo raio  $r$ , pode-se concluir das Equações (2.3) e (2.4), as seguintes equações eletromecânicas:

$$\begin{aligned} Eb &= \beta \cdot \ell \cdot \omega \cdot r = \beta \cdot \ell \cdot r \cdot \omega \\ Eb &= kb \cdot \omega \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} T &= \beta \cdot i \partial \cdot \ell \cdot r = \beta \cdot \ell \cdot r \cdot i \partial \\ T &= k \cdot i \alpha \end{aligned} \quad (2.6)$$

Onde:

$k$  = Constante de torque

$kb$  = Constante da força contra eletromotriz

As Equações (2.5) e (2.6) definem a relação das variáveis mecânicas e elétricas. Observa-se que nestas equações, as constantes  $k$  e  $kb$  possuem o mesmo valor, pois representam o campo magnético de intensidade  $\beta$ , gerado pelo imã

permanente interno do motor, ao comprimento do fio da bobina e ao raio do campo girante.

O cálculo da função de transferência do motor que relaciona a velocidade de movimento  $w$  com a tensão aplicada nos terminais de armadura  $ea$ , pode ser obtido, aplicando-se a Transformada de *Laplace*<sup>1</sup> [10] nas Equações (2.1), (2.2), (2.5) e (2.6), resultando:

$$Ea(s) = Eb(s) + Ra \cdot a(s) + La \cdot s \cdot Ia(s) \quad (2.7)$$

$$T(s) = f \cdot w(s) + J \cdot s \cdot w(s) \quad (2.8)$$

$$Eb(s) = k \cdot w(s) \quad (2.9)$$

$$T(s) = k \cdot Ia(s) \quad (2.10)$$

Aplicando a Equação (2.9) na Equação (2.7), se obtém:

$$Ea(s) = kb \cdot w(s) + Ra \cdot Ia(s) + La \cdot s \cdot Ia(s) \quad (2.11)$$

Igualando-se as Equações (2.10) e (2.8), têm-se:

$$k \cdot Ia(s) = f \cdot w(s) + J \cdot s \cdot w(s) \quad (2.12)$$

$$Ia(s) = \frac{f}{k} \cdot w(s) + \frac{J}{k} \cdot s \cdot w(s) \quad (2.13)$$

Aplicando a equação (2.13) na Equação (2.11), resulta:

$$Ea(s) = kb \cdot w(s) + \frac{Ra \cdot f}{k} \cdot w(s) + \frac{Ra \cdot J}{k} \cdot s \cdot w(s) + \frac{La \cdot f}{k} \cdot s \cdot w(s) + \frac{La \cdot J}{k} \cdot s^2 \cdot w(s) \quad (2.14)$$

Colocando a velocidade  $W(s)$  em evidência no segundo termo da Equação (2.14), multiplicando os dois termos por  $k$ , e sabendo que a Função de Transferência é a variável de saída  $W(s)$ , pela variável de entrada  $Ea(s)$ , têm-se:

---

<sup>1</sup> *Laplace* usou uma técnica para manipulação de funções de difícil resolução por integração, nas quais pode-se retirar as respostas transitórias ou completas sem a energia inicial esteja armazenada nas redes analisadas. Para maiores informações, refira-se a *G.R. Cooper e C.D. McGillem*, "Methods of Signal and Sistem Analysis", cap. 6 e 7.

$$Ea(s) = W(s) \cdot \left( kb + \frac{Ra \cdot f}{k} + \frac{Ra \cdot J}{k} \cdot s + \frac{La \cdot f}{k} \cdot s + \frac{La \cdot J}{k} \cdot s^2 \right)$$

$$k \cdot Ea(s) = W(s) \cdot (k \cdot kb + Ra \cdot s + Ra \cdot J \cdot s + La \cdot f \cdot s + La \cdot J \cdot s^2)$$

$$F(s) = \frac{W(s)}{Ea(s)} = \frac{k}{La \cdot J \cdot s^2 + Ra \cdot J \cdot s + La \cdot f \cdot s + Ra \cdot f + k \cdot kb} \quad (2.15)$$

A Função de Transferência do motor definida pela Equação (2.15) é de segunda ordem e, portanto, pode-se concluir que o motor possui dois pólos. Sabe-se que pólo representa atraso e, no motor, existem duas variáveis que geram atraso. Uma variável é a indutância da bobina do motor **La** que gera o atraso para a passagem da corrente **ia**, quando é aplicada uma tensão **ea** nos terminais de armadura do motor. A outra variável é o momento de inércia **J** que representa o peso e as dimensões do rotor do motor, que dificultam o movimento mecânico do mesmo.

Sabe-se que partes mecânicas geram atrasos de valor muito maior do que o atraso elétrico, isto é, possuem pólos pequenos que ficam perto da origem e, portanto, um motor possui dois pólos reais de valores distintos.

Pode-se desprezar o pólo de valor maior (que se encontra longe da origem), pois este pólo gera atrasos menores.

Desta forma, despreza-se a indutância do motor **La** para eliminar o atraso elétrico. Aplicando **La = 0** na Equação (1.15), conclui-se:

$$F(s) = \frac{k}{Ra \cdot J \cdot s + Ra \cdot f + k \cdot kb} \quad (2.16)$$

A Equação (2.16) representa a Função de Transferência simplificada do motor, desprezando o atraso elétrico em relação ao atraso mecânico. Esta função é de 1ª ordem do tipo passa baixa e por isso diz-se que o motor é um integrador.

Podem ser calculados o pólo do motor e o tempo de subida da resposta à entrada degrau, fazendo:

$$Ra \cdot J \cdot s + Ra \cdot f + k \cdot kb = 0$$

$$s = \frac{-Ra \cdot f - K \cdot kb}{Ra \cdot J} \quad (2.17)$$

$$ts = \frac{2,2}{|p\acute{o}lo|}$$

$$ts = \frac{2,2 \cdot Ra \cdot J}{Ra \cdot f + K \cdot kb} \quad (2.18)$$

A Equação (2.17), mostra um valor negativo do pólo  $s$  do motor, isto mostra que o motor é estável quando a saída é velocidade e a entrada é tensão aplicada nos terminais de armadura.

A resposta do motor à entrada degrau, tem um tempo de subida  $ts$ , calculado pela Equação (2.18). Este tempo informa a velocidade de resposta transitória do motor, sabendo que o motor pode ser considerado de  $1^a$  ordem, sua resposta é exponencial, tendendo ao valor de regime.

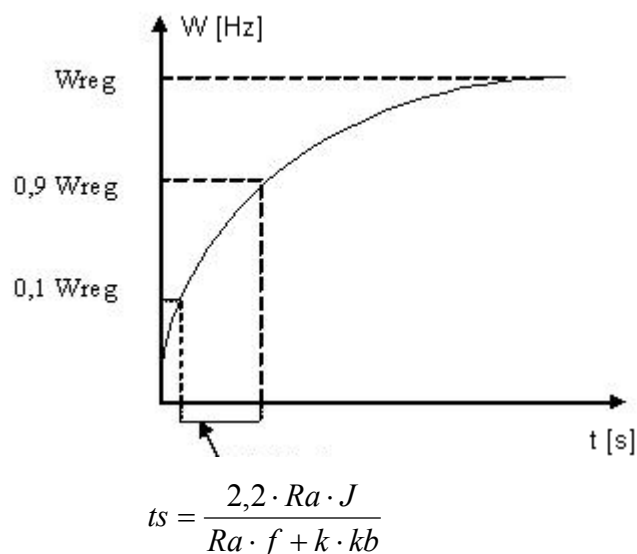


Figura 2.2 – Resposta à entrada degrau do motor DC.

A curva transitória da velocidade do motor é mostrada na Figura 2.2, aplicando-se uma entrada degrau nos terminais da armadura.

Fazendo  $S=0$  na Equação (2.16), tem-se o ganho  $G$  do motor em regime permanente, ou seja, o valor que deve ser multiplicada pela tensão de entrada para obter a rotação da saída do motor em rotação por segundo ( $Hz$ ), ficando:

$$G = \frac{k}{Ra \cdot f + k \cdot kb} \quad (2.19)$$

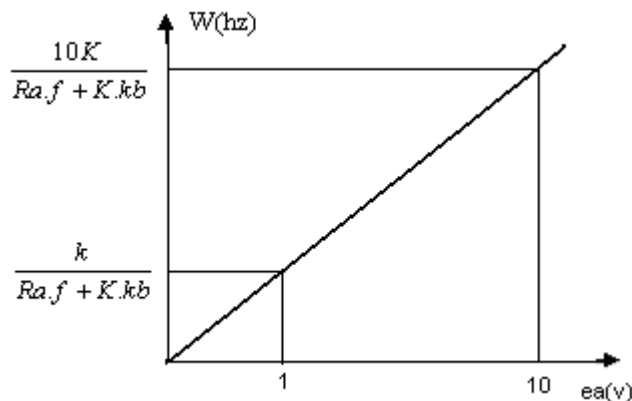


Figura 2.3 - A velocidade do motor em função da tensão aplicada nos seus terminais de armadura em regime permanente.

A Figura 2.3 ilustra a dependência da rotação do motor em relação à tensão aplicada nos terminais do mesmo, em regime permanente [4].

Desta maneira, observa-se que a Função de Transferência dá uma idéia global de funcionamento do motor. Além de dizer qual é a velocidade final do motor em relação à tensão aplicada, ela diz como é a resposta transitória, qual o tempo de duração desta transição e diz ainda sobre a estabilidade do motor.

Estudando o motor como variável de saída à posição do seu eixo, se obtém a seguinte Função de Transferência:

$$\theta(t) = \int w(t) \cdot dt \quad \theta(s) = \frac{1}{s} \cdot w(s)$$

$$F\theta(s) = \frac{k}{s \cdot (Ra \cdot J \cdot s + Ra \cdot f + k \cdot kb)} \quad (2.20)$$

A Equação 2.20 representa a função de transferência do motor quando a saída é a posição do eixo e a entrada é a tensão de armadura. Percebe-se, nesta equação, a existência de um pólo  $s=0$  que pode ser obtido, igualando-se o polinômio característico de  $F\theta(s)$  a zero. O outro pólo possui o mesmo valor do pólo de  $F(s)$ .

A existência do pólo igual a zero na função  $F\theta(s)$  revela uma instabilidade potencial que é comprovado se for analisado que ao aplicar uma tensão  $ea$  constante

e, portanto limitada, nos terminais de armadura, o motor gira constantemente em uma determinada direção, aumentando assim o valor de sua posição, tendendo a infinito e por isso é obtido uma saída não limitada.

Apesar da instabilidade, quando é utilizado o motor como variável de saída de posição, estas variáveis poderão ser controladas, projetando circuitos eletrônicos, que operando junto com o motor tornam o sistema estável.

Para projetar um sistema para controle de movimento, a escolha do motor utilizado é definida através da potência que é necessária para o movimento. Depois de definido o motor a ser utilizado, calcula-se a sua função de transferência e projeta-se o circuito de controle necessário.

## 2.2. Potenciômetros Lineares e Rotativos

Este dispositivo consiste em um fio resistivo metálico enrolado em um encapsulamento cilíndrico ou em uma fita de plástico condutiva de comprimento  $L$ , em cujos terminais é aplicada uma tensão elétrica  $V_r$  [5], conforme ilustra a Figura 2.4.

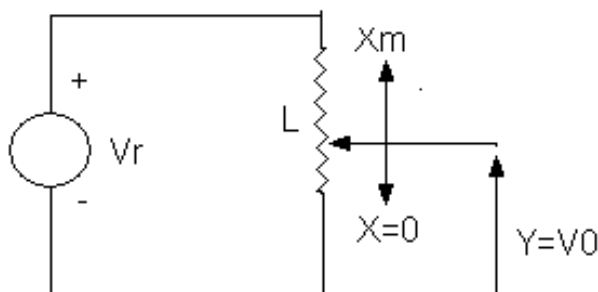


Figura 2.4 - Potenciômetro aplicado a medição de um deslocamento rotatório.

Um cursor move-se ao longo do comprimento  $L$ . Conforme Figura 2.4, o sinal de saída  $Y$  depende da posição  $X$  do cursor.

logo:  $Y = \frac{X}{X_m} \cdot V_r$ , onde  $0 \leq X \leq X_m$  e  $V_r$  é a tensão de referência.

Neste caso:  $K = \frac{V_r}{X_m}$

Desta forma, os potenciômetros lineares de contato móvel podem ser usados para medir um deslocamento "X" (grandeza que pode ser usada para medição de



deformação absoluta, nível de um líquido, posição de uma peça de uma máquina, avanço de um carrinho de um torno mecânico, etc).

A resposta dinâmica dos sensores lineares depende fundamentalmente da massa do contato móvel, sendo que os sensores angulares também dependem da inércia do eixo do contato móvel. Evidentemente uma relação entrada-saída  $Y(t) = k.X(t)$ , necessita que o sensor não inclua qualquer elemento que armazene energia.

### 3 DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Na primeira etapa foi feita a escolha dos componentes e equipamentos, baseado na necessidade do projeto e das técnicas a serem aplicadas, é necessário contemplar não só no atendimento das especificações, mas também, na facilidade para aquisição das ferramentas e componentes da parte elétrica e mecânica.

Na etapa seguinte verificou-se a qualidade e o desempenho de funcionamento do sistema, controlando a posição do sistema mecânico, utilizado na indústria de produção e no desenvolvimento de projetos, estudos e pesquisa. A complexidade no controle analógico desenvolvido exige conhecimento da teoria de ações de controle básicas P, PI, PD e PID.

O controle do processo é feito por controlador eletrônico analógico do tipo P, PI, P e PID, conforme Figuras 3.16; 3.17; 3.18 e 3.20. Para o “driver” (amplificador de corrente) de acionamento dos motores, utilizaram-se transistores de potência que suportam, bons níveis de tensão e corrente (48 Volts e 1,5 Ampers), necessários para o acionamento da carga, conforme Figura 4.3.

As medições da posição angular do braço mecânico são feitas por um potenciômetro linear acoplado ao seu eixo, conforme Figura 3.11, que compara com um sinal de referência também realizado por um potenciômetro linear de mesmo valor. As medições dos níveis de tensão, em relação aos ângulos, são mostrados na Tabela A1 do Anexo A, e sua montagem é mostrada nas Figuras 3.12 e 3.13.

O circuito permite uma alimentação de +15V e -15V, realizada com uma fonte de tensão simétrica de corrente contínua, conforme figura B1 e B2 do Anexo B.

Os dois motores recebem uma alimentação de +15V e -15V em separado (Figura B1 e B2 do Anexo B), através da polarização dos transistores de potência, fazendo uma ação bidirecional do movimento angular do braço mecânico.

A Figura 3.1 ilustra os vários movimentos possíveis do braço mecânico, que foi confeccionado em alumínio para obter as características de leveza e resistência mecânica necessárias para o projeto, a utilização de dois rolamentos foi necessário para diminuir o atrito e melhorar o desempenho da articulação.

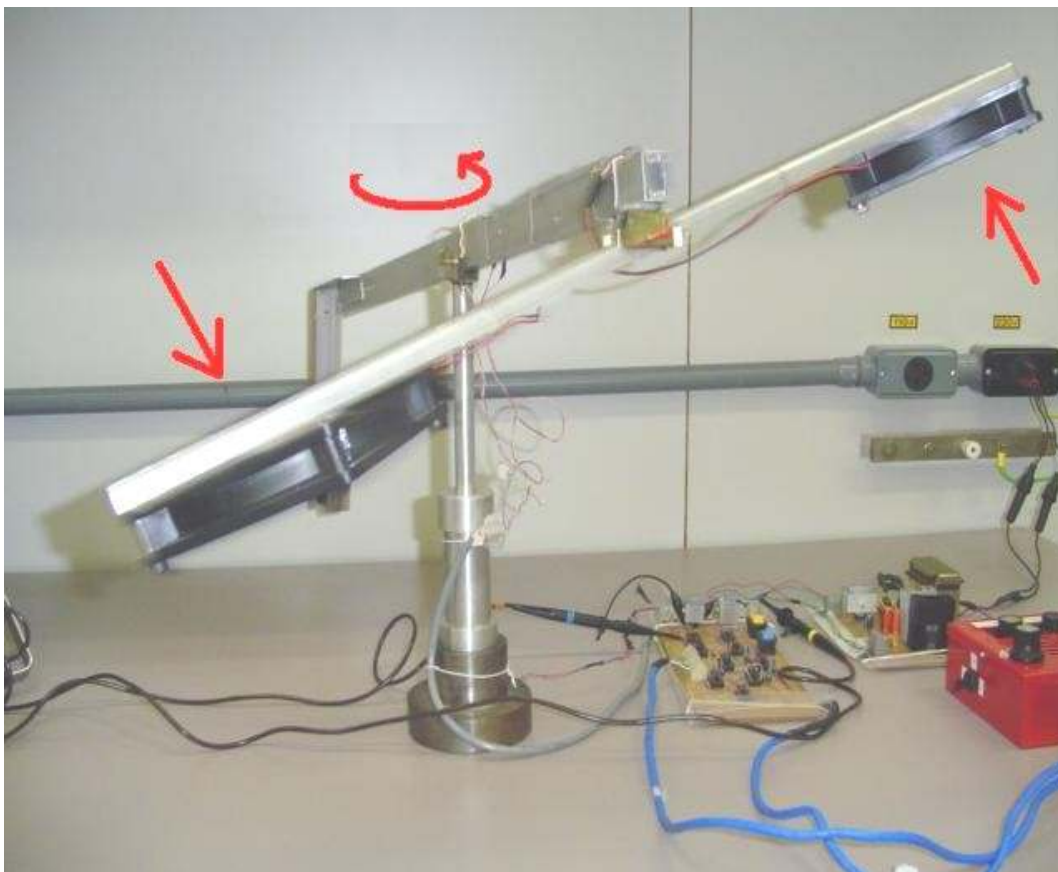


Figura 3.1 – Sistema completo montado, onde são mostradas as articulações, a placa do circuito do controlador PID e a placa das fontes de alimentação.

A base do braço mecânico, onde está localizado o sensor angular, foi confeccionado em aço carbono, que comparada com o alumínio tem maior massa e rigidez, os quais são necessários para suportar e equilibrar todo o conjunto.

A montagem do circuito para o controle de posição do sistema aerodinâmico, foi baseado nos níveis de tensão e corrente, necessárias para alterar a velocidade de dois motores, fazendo um controle bidirecional da posição angular do braço mecânico.

Os ensaios foram realizados com os motores em funcionamento, para retirar seus dados operacionais, seu desempenho, levantando as mínimas tensões e correntes de partida, assim como as máximas tensões e correntes de carga.

As medidas de velocidade, força, tensão, corrente, resistência e formas de ondas, foram realizadas por um tacômetro, dinamômetro, Multímetro, ohmímetro e Osciloscópio, todos Digitais.

Tabela 3.1 - Equipamentos utilizados no desenvolvimento do projeto.

Descrição	Fabricante	Modelo	Precisão	Nº Série
Tacômetro <sup>1</sup> digital	Grumel & Baueer	TD301	0,75% $\pm 1dig.$	01938
Dinamômetro <sup>2</sup> digital	Grumel & Baueer	3525	1,5% $\pm 1dig.$	279DI3604
Multímetro <sup>3</sup> digital	Soar Corporation	3050	0,25% $\pm 1dig$	60604709
Ohmímetro <sup>4</sup> digital	Fluke Corporation	CA6454	0,25% $\pm 1dig.$	71740522
Fonte de Tensão	Tektronix	CPS 250	$\pm 1\% fs$	250TW50481
Osciloscópio <sup>5</sup> Digital	Tektronix	TDS 380	0,1% $\pm 1dig.$	BO13843

A implementação do sistema de propulsão com controle de posição angular abrange áreas de conhecimento da Engenharia Elétrica e Mecânica. O sistema que controla o ângulo de posição de um braço mecânico, através da variação da velocidade de dois motores que usam o atrito do ar como propulsores, mantendo a posição angular desejada.

O diagrama em blocos simplificado da Figura 3.2(a) [9] mostra o circuito elétrico do controlador de posição do sistema aerodinâmico, constituído basicamente por:

- Comparador diferencial e ou detector de erro;
- Etapa de potência (“*driver*”<sup>1</sup> do motor);

<sup>1</sup> Instrumento de medição de rotação e velocidade

<sup>2</sup> Instrumento de medição de força e tração.

<sup>3</sup> Instrumento de medição de variáveis elétricas ex: tensão

<sup>4</sup> Instrumento que mede resistência elétrica com maior precisão

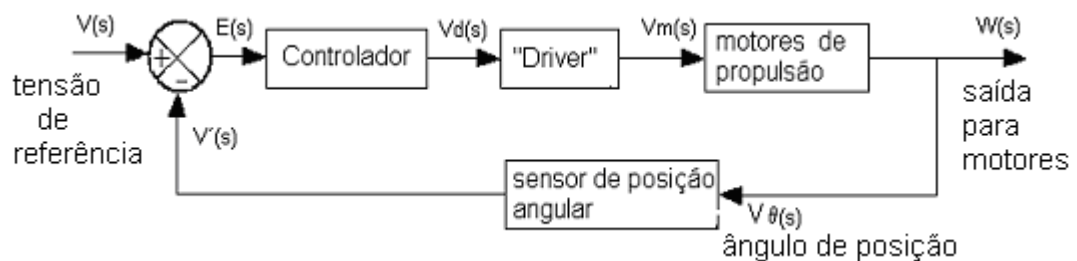
<sup>5</sup> Instrumento que mede várias variáveis elétricas, AC, DC, frequências Senoidais e não senoidais, etc.

- Controle dos motores;
- Circuito de realimentação;
- Bloco controlador e ou compensador P, PI e PID.

Observando a Figura 3.2(a), pode ser analisado o controle angular do sistema mecânico [10]. A entrada do sistema é uma tensão de referência  $V(s)$  por onde é definida a posição angular desejada. O bloco controlador e o bloco *driver* acionam dois motores individualmente, dependendo do valor da tensão de erro  $E(s)$ . Os motores movimentam-se com velocidade impulsionando o braço mecânico  $V\theta(s)$  que é a variável de saída do sistema.

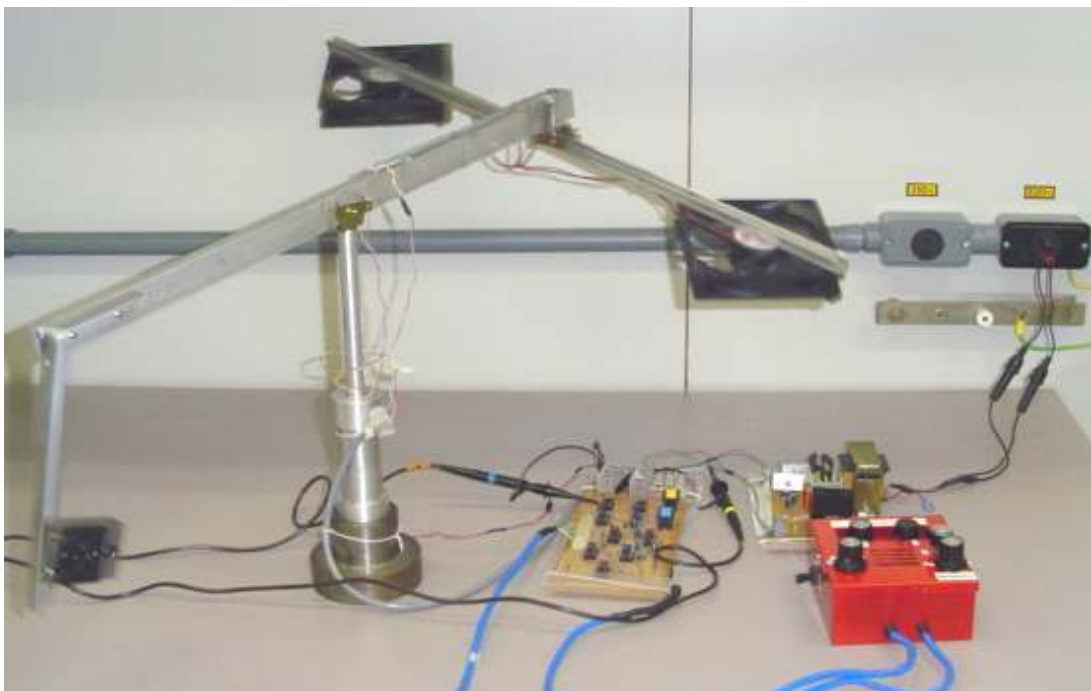
O bloco sensor de posição angular tem por função converter a posição do braço mecânico, que é uma variável mecânica, em um sinal elétrico, e este sinal é enviado para o bloco detector de erro.

O bloco detector de erro compara a tensão de referência de entrada  $V(s)$  com a tensão do sensor de posição  $V'(s)$ , caso haja discrepância entre estes sinais, gera um sinal de erro  $E(s)$ , que é a diferença (subtração) entre os dois sinais.



(a)

<sup>1</sup> *driver* é um circuito elétrico com função de amplificar o sinal de saída.



(b)

Figura 3.2 – (a) Diagrama em blocos simplificado do sistema de controle do projeto e; (b) sistema em operação para aquisição da resposta experimental.

Quando o sistema está estabilizado  $V(s) \cdot \theta(s) = 0$  e aplica-se na entrada um sinal de referência tipo degrau de amplitude  $V(s)$ , inicialmente a tensão de erro possui o valor máximo, porque a velocidade dos motores e o ângulo do braço mecânico estão estáveis e, portanto, a tensão de realimentação  $V'(s)=0$ . O controlador em conjunto com o *driver*, observando que existe um sinal de erro positivo, aciona os motores, iniciando o movimento, aumentando a velocidade do motor A e diminuindo a velocidade do motor B.

Conforme a variação de velocidade dos motores, o motor A aumentando e o motor B diminuindo, a tensão amplificada de saída  $V_m(s)$  de acionamento dos motores aumenta, impulsionando o braço mecânico no sentido horário alterando a tensão angular  $V\theta(s)$ . A tensão de realimentação  $V'(s)$  aumenta proporcionalmente e a tensão de erro  $E(s)$  começa a diminuir, fazendo com que a tensão  $V'(s)$  se aproxime do valor  $V(s)$ .

Como o sistema projetado é considerado como de segunda ordem com pólos complexos, a velocidade dos motores varia rapidamente, de maneira que um

determinado instante o valor da tensão  $V'(s)$  ultrapassa o valor  $V$  e a tensão de erro  $E(s)$  torna-se negativa. Nesta situação, a tensão negativa faz o controlador aumentar a velocidade do motor  $B$  e diminuir a velocidade do motor  $A$ , impulsionando o sistema no sentido anti-horário, forçando a passar pelo valor  $V$  e o ciclo se repete, perfazendo uma oscilação amortecida até que a tensão  $V'(s)$  estabilize-se no valor de  $V$ .

O sistema permanece estabilizado quando a excitação  $V'(s)$  possui o mesmo valor da excitação  $V(s)$  e neste caso, a excitação de erro  $E(s)$  permanece nula. Esta situação estável ocorre enquanto a tensão de entrada não varia e não existem perturbações no sistema.

Caso ocorra alguma alteração no ângulo de posição do braço mecânico, causada, por exemplo, por intervenção voluntária no ângulo da posição do eixo, variação da carga, atritos nos eixos dos motores e do sistema mecânico, haverá um desequilíbrio no sistema e ocorrerá alteração na velocidade dos motores  $A$  e  $B$ , impulsionando o sistema para compensar o erro.

A diminuição da tensão  $V'(s)$  gera uma tensão de erro  $E(s)$ , indicando ao controlador que o ângulo de posição é diferente da desejada. Nesta situação, o controlador deve aumentar a tensão aplicada nos motores, de maneira a aumentar a velocidade do motor  $A$  e diminuir a velocidade do motor  $B$  corrigindo o erro causado pela perturbação. Quando o atrito ou a variação do ar retornar à situação original, ocorre o inverso, ou seja, a velocidade do motor  $B$  aumenta e a do motor  $A$  diminui, gerando uma tensão de erro negativa e o controlador diminui a tensão  $V_m(t)$  a fim de retornar a posição angular desejada.

Portanto, o sistema controlador deve estabilizar a tensão de retorno  $V'(t)$  a  $V(t)$ , resultando em erro de regime nulo. Desta maneira a velocidade dos motores  $A$  e  $B$  permanecem controladas.

A seguir serão apresentadas as definições e explicações destas etapas.

### 3.1. Amplificador diferencial

O bloco amplificador diferencial é responsável pela subtração entre o sinal de entrada  $v(t)$  e o sinal de realimentação  $V'(t)$ , gerando o sinal de erro  $e(t)$ .

Este bloco foi implementado na placa do circuito com amplificador operacional, resultando na seguinte configuração:

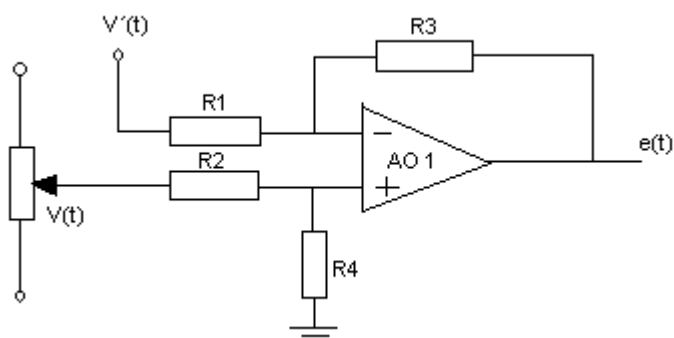


Figura 3.3 – Diagrama elétrico do bloco comparador diferencial.

A Figura 3.3 [9] mostra um amplificador diferencial utilizando amplificador operacional tipo LM 741. Para que o circuito funcione como subtrator deve-se utilizar os valores dos resistores R1, R2, R3, e R4 idênticos. Para que o sistema tenha baixa impedância de entrada, foi escolhido o valor de 10K para os resistores em questão. Sendo assim, calculando as equações das malhas e dos nós no circuito da Figura 3.3, pode-se concluir a seguinte equação de operação do circuito:

$$e(t) = \left(1 + \frac{R3}{R1}\right) \cdot \frac{R4}{R2 + R4} \cdot V(t) - \frac{R3}{R1} \cdot V'(t)$$

$$e(t) = V(t) - V'(t) \quad (4.1)$$

### 3.2. Etapa de potência (“driver” dos motores)

Neste projeto foi usado dois blocos “driver” idênticos (somente altera a alimentação simétrica dos transistores), acionando dois motores, que tem a função de amplificar a corrente disponível no sinal  $Vd(s)$ , a fim de poder alimentar os motores com um sinal  $Vm(s)$ , capaz de suportar a corrente exigida para a carga dos motores de propulsão.

O circuito projetado é um amplificador de corrente com a característica de alta impedância de entrada e baixa impedância de saída. Devido a problemas



existentes na utilização dos componentes discretos (como por exemplo, baixa imunidade a ruído e problemas de estabilização térmica), bem como pela simplicidade do projeto, visto que os motores em questão consomem apenas 300mA cada um funcionando na tensão nominal de 12VDC, optou-se pela utilização de um amplificador operacional, acoplado a um transistor amplificador de corrente na configuração seguidor de emissor, como mostra a Figura 3.4.

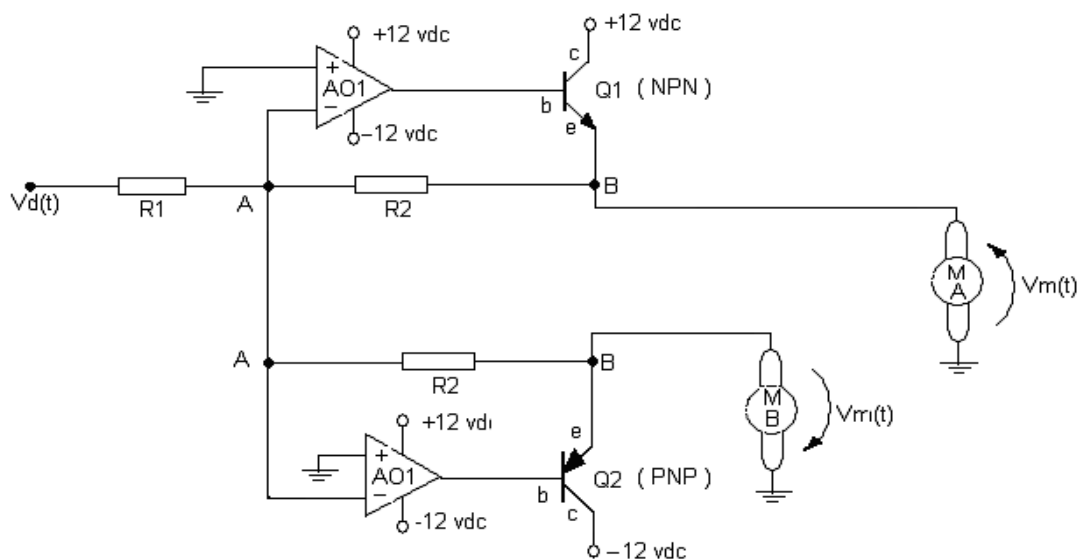


Figura 3.4 - Circuito da etapa de potência (“driver” dos motores A e B)

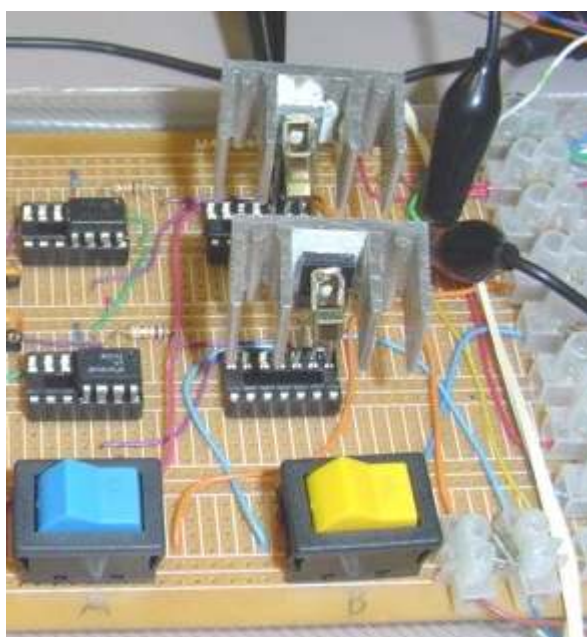


Figura 3.5 - Circuito já implementado em placa de circuito impresso.

Conforme a Figura 3.4 e 3.5, o “*driver*” do motor *A* é composto por um amplificador operacional 741 e por um transistor BD 139 (tipo NPN que trabalhará com tensões positivas), o “*driver*” do motor *B* é composto por um amplificador operacional 741 e por um transistor BD 136 (tipo PNP que trabalhará com tensões negativas). A corrente do coletor destes transistores quando  $V_{ce} = 3V_{DC}$  deve ser em regime  $300mA$ , valor bem abaixo do limite suportável por este transistor que é de 1,5 Amperes.

A realimentação do amplificador operacional, caracterizada pela resistência  $R_2$ , está ligada no emissor do transistor  $Q_1$ , colocando este transistor na malha de realimentação junto com o amplificador operacional, garante que a tensão  $V_m(t)$  seja amostrada e controlada.

Esta ligação de  $R_2$  no emissor do transistor é correta, porque se fosse ligado na base, como normalmente é ligada, a tensão  $V_m(t)$  seria a tensão de saída do operacional, subtraída da tensão  $V_{be}$  do transistor  $Q_1$ , resulta em uma não linearidade, pois o valor da tensão  $V_{be}$  é constante para qualquer valor de tensão de entrada, faz com que não permita escrever a Função de Transferência do circuito, pois o valor de sua saída não é linear, dependendo apenas da entrada.

Neste estágio o ganho de tensão na saída para o motor *A* é dado pela relação entre  $R_1$  e  $R_2$ . Levando em conta as características do amplificador operacional, a tensão no nó A ser nula e a corrente no resistor  $R_1$  ser a mesma do resistor  $R_2$ , conclui-se que a tensão no nó B é:

$$V_m(t) = -\frac{R_2}{R_1} \times V_d(t) \quad (4.2)$$

Como o objetivo é amplificar apenas corrente, deve-se ter um ganho unitário negativo (-1) para a saída B, escolhemos então valores iguais para os resistores  $R_1$  e  $R_2$ . Quer-se também uma alta impedância de entrada, então se escolhe valores altos, por exemplo,  $R_1 = R_2 = 10K$ .

O cálculo do ganho de corrente instantânea é dado pelo ganho de corrente do amplificador operacional  $AO_1$  ou  $AO_2$  multiplicado pelo do transistor  $Q_1$  ou  $Q_2$  respectivamente.

Aplicando a Transformada de Laplace na Equação 4.2 e sabendo que  $R1=R2$ , será obtida a função de transferência de cada bloco, resultando:

$$F(s) = \frac{Vm(s)}{Vd(s)} = -\frac{R2}{R1}$$

$$Fd(s) = -1 \quad (4.3)$$

Sabe-se que todo componente impõe um atraso no sinal elétrico da entrada para a saída, a afirmação da equação anterior é falsa, porém, pode-se aceitar a Equação 4.3, visto que não se tem no circuito nenhum capacitor ou indutor (são componentes que atrasam o sinal), tem apenas capacitâncias espúrias nos semicondutores em questão. Desta forma se aceita que o circuito gere atrasos desprezíveis em relação a outros blocos do sistema.

### 3.3. Cálculo da Função de Transferência do motor do projeto.

Neste projeto implementou-se um motor *DC* de baixa potência, utilizado normalmente em sistema de refrigeração de computadores ou equipamentos eletrônicos. Este motor de potência da ordem de  $5W$  foi escolhido porque não se quer movimentar peças que exijam um torque elevado. Na verdade, deseja-se apenas um torque necessário para girar um sistema de controle aerodinâmico didático.

A Figura 3.6 mostra o motor Goldem Cabo  $12VDC$  usado para o projeto, preso a haste de translação da força, causada pelo efeito aerodinâmico das pás em função da velocidade do motor.

Os parâmetros deste motor foram obtidos em laboratório, resultando:

a) Resistência de armadura:  $Ra = 12,6\Omega$ .

Este valor foi obtido, medindo-se a resistência ôhmica entre os terminais de armadura através de um ohmímetro digital com precisão de  $0,25\% \pm 1dig$ .

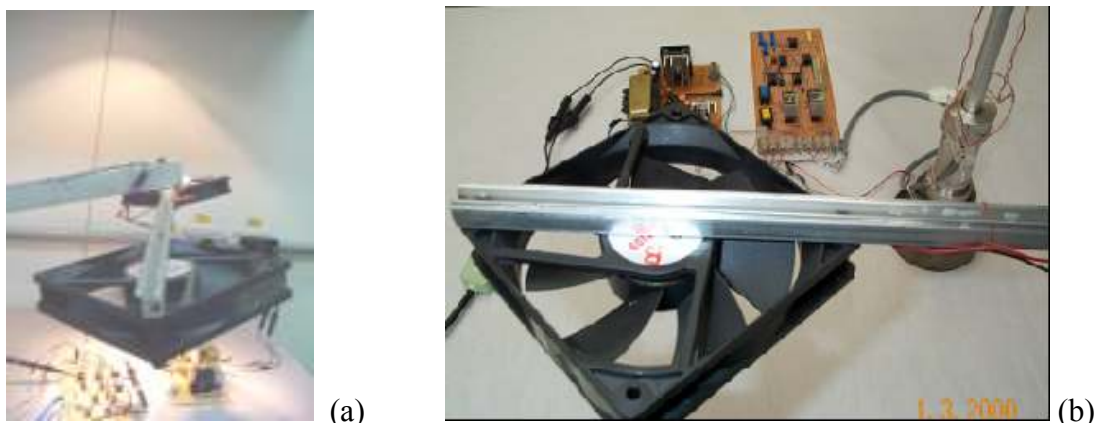


Figura 3.6 – (a) Os dois motores Goldem Cabo ligados por uma alavanca de força e; (b) detalhe da montagem.

b) Indutância de armadura:  $La = 14,3 \text{ mH}$ .

Este valor foi encontrado através do valor da impedância (ôhmica + indutiva em série)  $Z = \sqrt{Ra^2 + (\omega \cdot La)^2}$  entre os terminais de armadura, medida através de um medidor de impedância, descontando-se o valor da resistência ôhmica  $Ra$ .

c) Constante da f.c.e.m:  $kb = 9,78 \times 10^{-2} \text{ v.s.}$

Este valor foi obtido, movimentando-se o eixo do motor com uma velocidade determinada medindo-se com um voltímetro de alta impedância a tensão nos terminais de armadura e utilizando-se a Equação (2.5),  $Eb = kb \cdot \omega$ .

d) Momento de inércia do rotor:  $J = 156 \times 10^{-6} \text{ kg.m}^2$ .

Este valor é calculado pelas formulas mecânicas de momento de inércia através da massa e dimensões do rotor.

e) Constante de torque:  $K = 9,78 \times 10^{-2} \frac{\text{Nm}}{\text{A}}$

Esta constante foi determinada, aplicando-se um valor de corrente  $ia$  aos terminais de armadura, e utilizado um dinamômetro para medida de força do eixo do motor. Esta força foi multiplicada pelo braço da alavanca, utilizada para obtenção do torque e os valores foram aplicados na Equação 2.6.

f) Coeficiente de atrito:  $f = 25 \times 10^{-6} \text{ W.s}^2$ .

Aplicando-se uma corrente constante nos motor, temos o valor do torque e podemos obter o valor de  $f$ , sabendo a velocidade do motor, e aplicando estes valores na Equação 2.2.

Aplicando os valores obtidos anteriormente na equação 2.16, a função de transferência do motor em questão, resulta:

$$F(s) = \frac{49,5}{s + 5} \quad (4.4)$$

A Equação 4.4 representa a função de transferência do motor modelo Golden Cabo 12VDC que será utilizado no projeto em questão. Através desta função calculada a partir de dados obtidos em laboratório, observa-se que o pólo do motor é  $s = -5$  e, portanto, o tempo de subida vale 0,44 segundos. O ganho do motor vale 9.9, aplicando uma tensão de 10 Volts nos terminais de armadura do motor, após a transição, o motor deve estar com uma velocidade de 99 rotações por segundo (99 Hz). As curvas desenhadas a seguir ilustram a resposta transitória e ganho do motor, referente à função de transferência da Equação 4.4, obtida em laboratório. A Figura 3.7 mostra a resposta transitória teórica do motor Goldem Cabo à entrada degrau de amplitude 12 Volt. A Figura 3.8 mostra a curva teórica da velocidade angular do motor Goldem Cabo em função da tensão de armadura em regime permanente.

As curvas desenhadas nas Figuras 3.7 e 3.8, são teóricas, obtidas através da função de transferência representada pela Equação 4.4. Estas curvas ilustram o modo de funcionamento do motor.

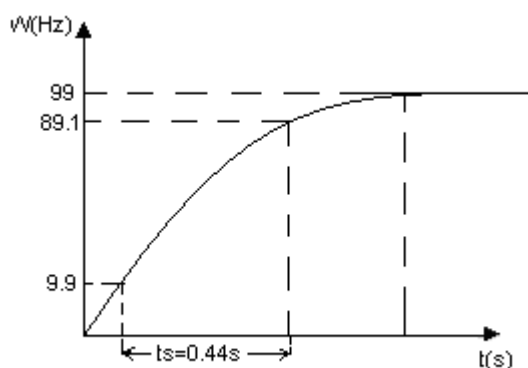


Figura 3.7 – Resposta transitória teórica do motor Goldem Cabo à entrada degrau de amplitude 12 Volts.

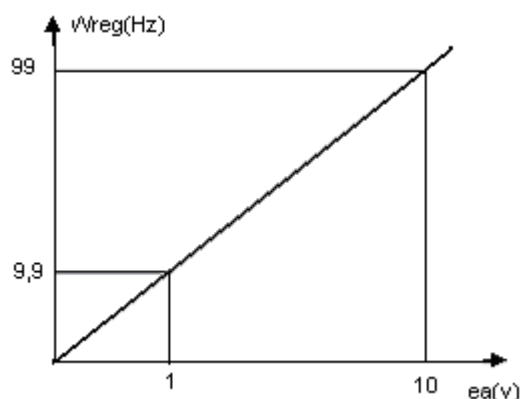


Figura 3.8 - Curva teórica da velocidade angular do motor Goldem Cabo em função da tensão de armadura em regime permanente.

Os gráficos reais de resposta do motor podem ser determinados em laboratório, obtendo-se a função de transferência simplificada do mesmo e comparar com o valor calculado. Esta maneira é mais fácil de executar e o resultado é mais preciso.

As figuras e tabelas mostradas a seguir ilustram a resposta transitória do motor e o ganho em regime permanente, obtida em laboratório com auxílio de um tacogerador e um osciloscópio que não influenciam significativamente no funcionamento do motor.

Tabela 4.1 – Tabela dos pontos da resposta transitória real do motor à entrada degrau de amplitude 10 volts.

Rotação [Hz]	zero	10	20	30	40	50	60	70	80	90	95	98.5
Tempo [s]	zero	0.03	0.05	0.08	0.11	0.15	0.20	0.26	0.32	0.43	0.56	0.80

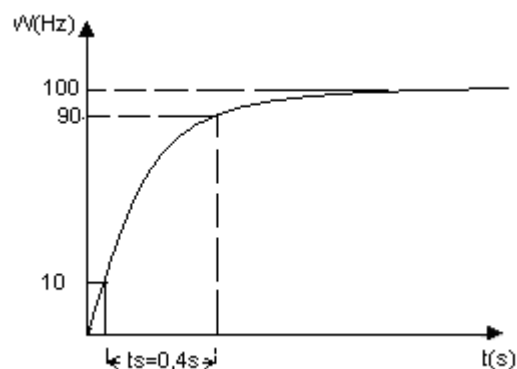


Figura 3.9 - Resposta transitória real do motor à entrada degrau de amplitude 10 volts.

Tabela 4.2 – Tabela da curva de velocidade angular do motor Goldem Cabo em função da tensão de armadura em regime permanente.

Rotação [Hz]	zero	10	25	30	40	50	60	75	90	100
Tensão [V]	zero	2.0	5.0	6.1	6.8	7.4	7.9	8.5	9.5	10

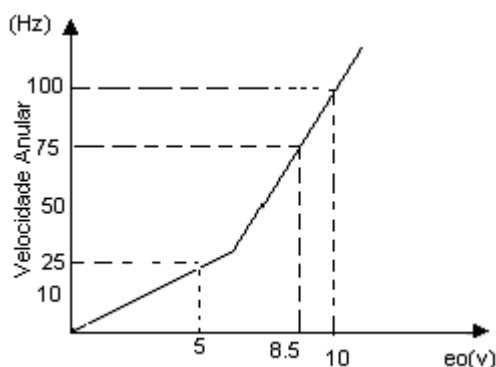


Figura 3.10 - Curva da velocidade angular do motor Goldem Cabo em função da tensão de armadura em regime permanente.

A Tabela 4.1 e a Figura 3.9 ilustram a resposta transitória do motor Goldem Cabo. Este gráfico mostra que o tempo de subida real vale  $0,4s$ . Este valor possui um erro de  $10\%$  com o teórico calculado e mostrado na Figura 3.8.

A Tabela 4.2 e a Figura 3.10 ilustram a velocidade em regime do motor em função da tensão aplicada nos seus terminais. Observa-se uma não linearidade neste gráfico sendo que a curva pode ser representada por duas retas. Como a função de transferência só representa curva linear, aproximando o gráfico desta figura por uma reta que sai da origem e passa pelo ponto cuja entrada vale  $10\text{ Volts}$ . Sendo assim, o ganho real do motor é  $G=10$ . Este valor é bem próximo do valor calculado anteriormente e definido no gráfico da Figura 3.8.

De posse destes valores de tempo de subida e ganho em regime, pode-se determinar a Função de Transferência  $F'(s)$  do motor, representada pela seguinte equação:

$$F'(s) = \frac{A}{s + B} \quad (4.5)$$

Observando a Equação 4.5, pode-se definir ganho em regime como sendo  $\frac{A}{B}$  e o tempo de subida  $t_s = \frac{2,2}{B}$ . Desta forma, com o auxílio da análise das Figuras 3.9 e 3.10, se obtém duas equações:

$$\frac{A}{B} = 10 \quad (4.6)$$

$$t_s = \frac{2,2}{B} = 0,4 \quad (4.7)$$

Da Equação 3.31 resulta o valor de  $B$ .

$$B = \frac{2,2}{0,4} = 5,5$$

Aplicando o valor de  $B$  na Equação 4.6, obtém-se o valor de  $A$ :

$$A = 10 \times B = 10 \times 5,5 \quad A = 55$$

Aplicando os valores de  $A$  e  $B$  na Equação 4.5, resulta na Função de Transferência  $F'(s)$ :

$$F'(s) = \frac{55}{s + 5,5} \quad (4.8)$$

A Equação 4.8 representa a Função de Transferência do motor Goldem Cabo, calculada através do ganho de regime e do tempo de subida medidos em laboratório. Observa-se que a Equação 4.8 possui uma pequena discrepância em relação à Equação 4.4 que foi calculada através dos parâmetros do motor.

### 3.4. Transdutor de posição angular

O Transdutor usado no projeto, conforme Figura 3.11, é um potenciômetro linear com encapsulamento em forma de cilindro, com fio resistivo interno enrolado



na forma espiral (rotatório) de comprimento  $L$ , em cujos terminais é aplicada uma voltagem  $V_r$ , [3].

Seu cursor move-se ao longo do comprimento  $L$ , conforme a posição angular da haste móvel que é acionada pelos motores. Conforme Revisão Bibliográfica Figura 2.4.

$$\text{O sinal de saída } Y \text{ depende da posição } X \text{ do cursor logo: } Y = \frac{X}{X_m} \cdot V_r \quad (4.9)$$

$$\text{Onde: } 0 \leq X \leq X_m \text{ e } V_r \text{ é a tensão de referência. Neste caso: } K = \frac{V_r}{X_m} \quad (4.10)$$

Esta grandeza medida é usada para identificar a posição angular da haste e realimentar o circuito. Como visto anteriormente na Revisão Bibliográfica, a resposta dinâmica deste sensor linear depende da massa do contato e da inércia do eixo do contato móvel. Na relação entrada-saída  $Y(t) = K \cdot X(t)$ , não é considerada que o sensor armazene energia.

As Figuras 3.12 e 3.13 mostram a localização do transdutor tipo potenciômetro usado no projeto. Um batente de madeira está acoplado no potenciômetro para prendê-lo na fissura do suporte de instalação. Ele é colado na parte inferior da haste onde se pretende medir o ângulo.



Figura 3.11 – Sensor de posição angular tipo potenciômetro rotativo.

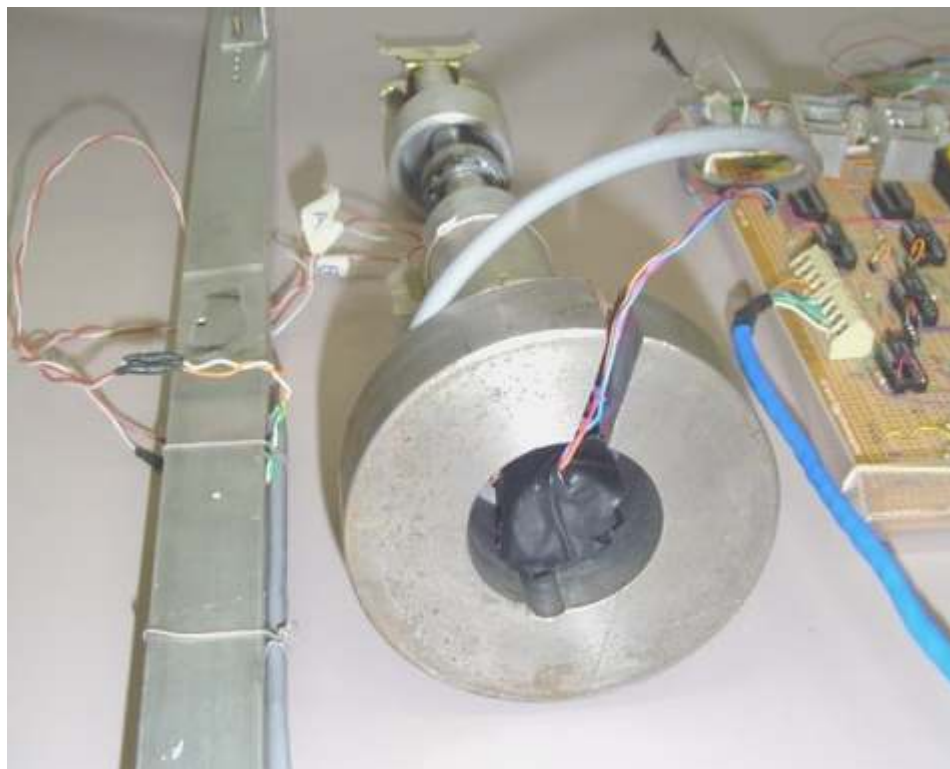


Figura 3.12 – Acoplamento da haste com a base do sistema mecânico.



Figura 3.13 - Instalações do sensor na abertura da base.

Neste trabalho considera-se que o potenciômetro seja ideal, isto é, a resistência é uniforme ao longo do comprimento  $L$ , sua resolução é infinita (variação

suave na resistência), inexistência de indutância e capacitância, não possui erro de *drift* (mudança indesejada que ocorre com o passar do tempo por fatores ambientais ou intrínsecos do sistema) devido a temperatura, cargas mecânicas (atrito, inércia e ruído) do botão de contato sejam desprezíveis.

Comparado a variação angular do potenciômetro com a resistência de saída, onde ele varia  $5.89 \, \Omega$  para cada  $10^\circ$  angulares, ou seja, em  $180^\circ$  de variação angular do sistema aerodinâmico tem-se  $106 \, \Omega$  de variação na saída do sensor.

A Tabela A1 do ANEXO A, mostra as diversas medições de tensão em relação a posição angular do potenciômetro linear, usando a equação do valor médio entre as medidas  $V_m = \frac{V1+V2+V3}{3} \times 100\%$ , onde foi confirmada a boa repetibilidade das medidas sendo o grau de concordância bem aproximada.

A escolha deste sensor foi devido a suas características funcionais (excelente linearidade, multi-voltas, robusto, fácil adaptação, etc) e seu custo relativamente baixo comparado com um tacômetro, por exemplo.

### 3.5. Bloco Controlador

Segundo Ogata [8], “... o controlador é o responsável pela forma de funcionamento do sistema, analisando a tensão de erro e tomando as providências a fim de tentar corrigir”.

A Figura 3.14 mostra o circuito completo do bloco controlador onde são implementadas as ações de controle  $P$ ,  $PI$ ,  $PD$ , e  $PID$ . As combinações poderão ser programadas via interligação  $X1$ ,  $X2$ ,  $X3$ .

Este bloco foi implementado de maneira que as ações de controle  $P$ ,  $PI$ ,  $PD$  e  $PID$  possam operar individualmente, para poder comparar e ajustar a qualidade e a performance do sistema um em relação ao outro. Tem-se a função de transferência parcial de cada módulo. Poder-se-ia determinar a Função de Transferência global do sistema e analisar a sua estabilidade, porém, este sistema não tem uma resposta linear, devido a folgas no sistema mecânico (zona morta), devido a saturação de operação dos motores e pela não compressibilidade do ar, podendo desta forma afetar prejudicialmente o desempenho do sistema.

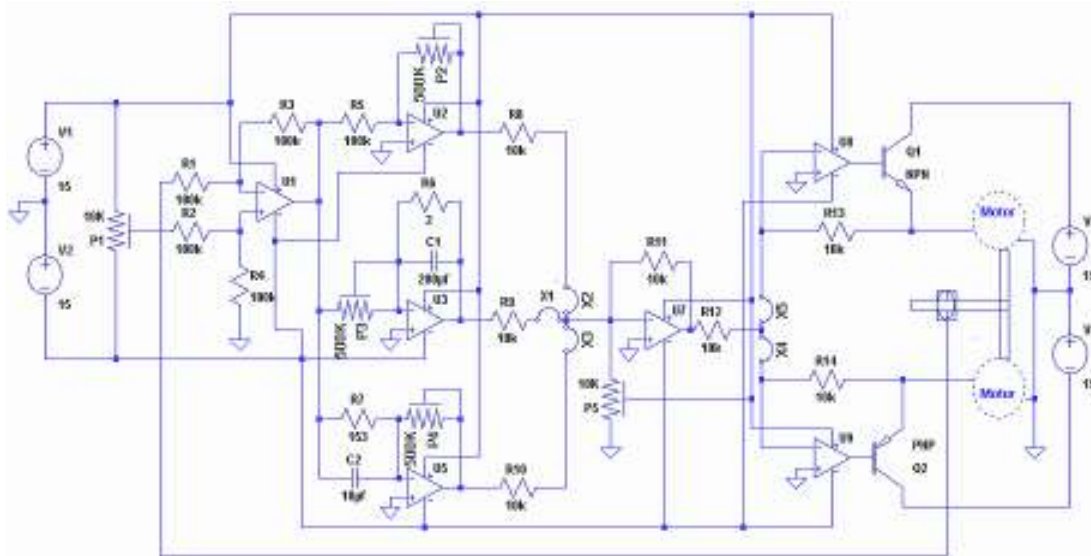


Figura 3.14 – Circuito elétrico completo montado.

Portanto existe dificuldade em determinar a função de transferência do sistema aerodinâmico implementado. Porém o interesse é na estabilidade do sistema, então podem ser estabelecidos alguns critérios de estabilidade, que poderão ser muito mais fácil do que a obtenção de soluções analíticas. Será usada uma técnica de análise dos gráficos do sinal de resposta para as diversas ações de controle. Retirando dados destes gráficos, poderá ser feita uma análise e se necessário, tomar as medidas de ajuste.

A Figura 3.15 mostra a placa do circuito onde está montado o comparador diferencial, o bloco controlador e a etapa de potência. Adicionadas duas chaves manuais A e B de acionamento dos motores.

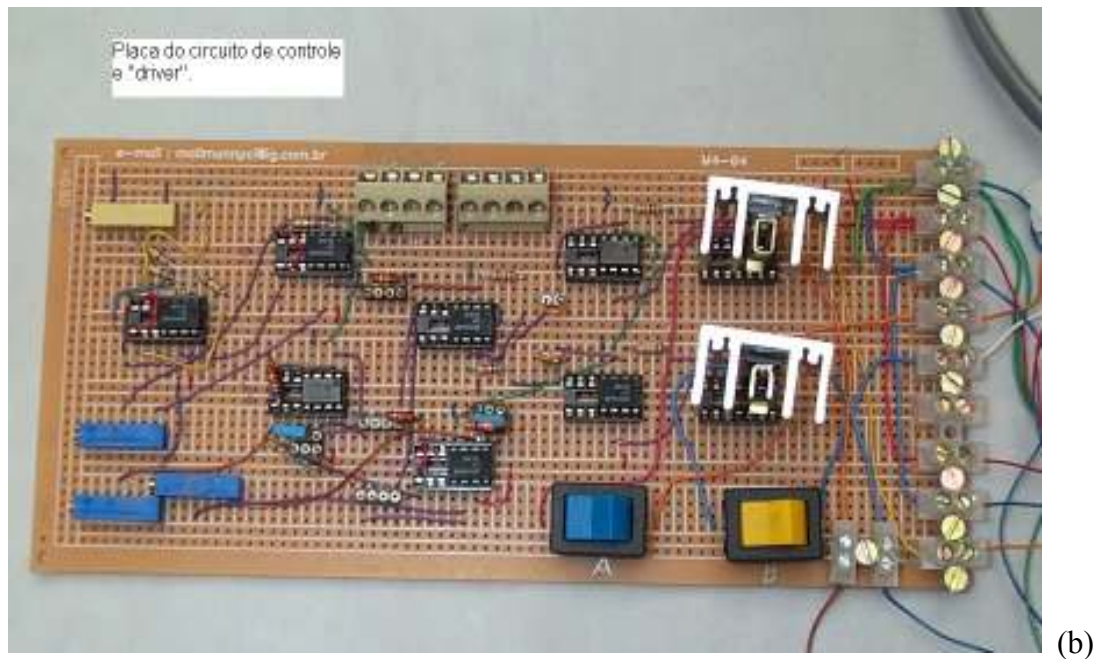


Figura 3.15 – Placa do circuito onde os blocos do sistema foram montados.

### 3.6. Controlador Proporcional (P)

Como visto na revisão bibliográfica, é possível controlar somente com a ação proporcional, desde que o processo seja simples. Usando sua principal característica que é a rápida velocidade da resposta, amplificando o sinal de saída. A principal desvantagem do  $P$  em relação ao  $PI$ , é que o primeiro é somente um amplificador e precisa de uma tensão de erro para alimentar os estágios de saída. Este erro de regime influencia diretamente na controlabilidade do sistema.

$$U(t) = K * e(t) \quad (4.11)$$

A Figura 3.16 mostra o circuito amplificador utilizando o Ampop 741, que faz a ação proporcional.

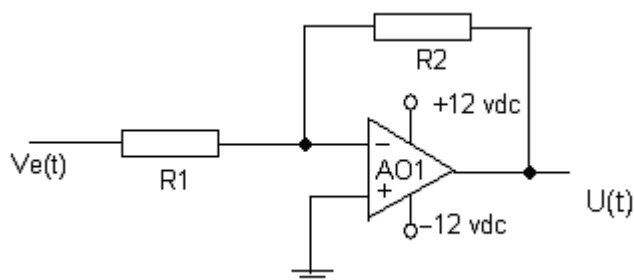


Figura 3.16 – Circuito do amplificador Proporcional.

Conforme Augusto [8], “... em uma proporcional pura, quanto maior o valor de  $K_p$  menor é a banda proporcional. Para um sistema do tipo  $0$  (zero), quanto maior o ganho  $K_p$  menor será o valor do erro em regime permanente, mas este erro nunca será completamente anulado.

Sendo assim, se em um dado instante, o valor da saída do processo  $U(t)$  for menor do que o valor da referência  $Ve(t)$ , o controle a ser aplicado será positivo e proporcional ao módulo de erro  $e(t)$ . Por outro lado se a saída for maior do que o valor de referência  $Ve(t)$ , o controle a ser aplicado será negativo e proporcional ao módulo de erro  $e(t)$ .

É observado que quanto maior o ganho  $K_p$  menor o erro em regime permanente, isto é, melhor a precisão do sistema em malha fechada. Este erro pode ser diminuído com o aumento do ganho, entretanto nunca se consegue anular completamente o erro. Por outro lado, quanto maior o ganho, mais oscilatório tende a ficar o comportamento transitório do sistema em malha fechada. Na maioria dos processos físicos, o aumento excessivo do ganho proporcional pode levar o sistema à instabilidade.

A função de transferência deste circuito é dada pela seguinte equação:

$$Fc(s) = -\frac{R2}{R1} \quad (4.12)$$

O circuito amplificador inverte o sinal, adequado para o circuito “driver” que necessita de tensões negativas para sua operação, este circuito amplificador também inverte o sinal.

Para que o circuito tenha o ganho  $G = -5$  escolhem-se, por exemplo,  $R1 = 100K$  e  $R2 = 500K$ .

O controle usando somente amplificador necessita de uma tensão de erro diferente de zero, responsável pelo acionamento dos motores.

A Figura 3.14 mostra o circuito completo implementado, onde a ação de controle proporcional poderá ser implementada individualmente, abrindo *X1* e *X3* e fechando *X2*.

### 3.7. Controlador Proporcional-Integral (PI)

A função principal da ação integral é fazer com que processos do *tipo Zero* sigam, com erro nulo, um sinal de referência do tipo degrau. Entretanto, a ação integral aplicada isoladamente tende a piorar a estabilidade relativa do sistema. Para contrabalançar este fato, a ação integral é em geral utilizada em conjunto com a ação proporcional constituindo-se o controlador **PI**, cujo sinal de controle é dado por:

$$U(t) = K \cdot \left( e(t) + \frac{1}{Ti} \cdot \int_0^t e(t) \right) \quad (4.13)$$

A aplicação da ação integral em conjunto com a ação proporcional é ilustrada na Figura 3.17 (a, b, c, d). Analisando o gráfico podemos interpretar a ação **Ti**: o tempo integral ou *reset-time*<sup>1</sup> corresponde ao tempo em que a parcela relativa à parte proporcional da ação de controle é duplicada. **Ti** é comumente especificado em minutos.

---

<sup>1</sup> *reset-time* corresponde ao tempo em que a parcela relativa à parte proporcional da ação de controle é duplicada.

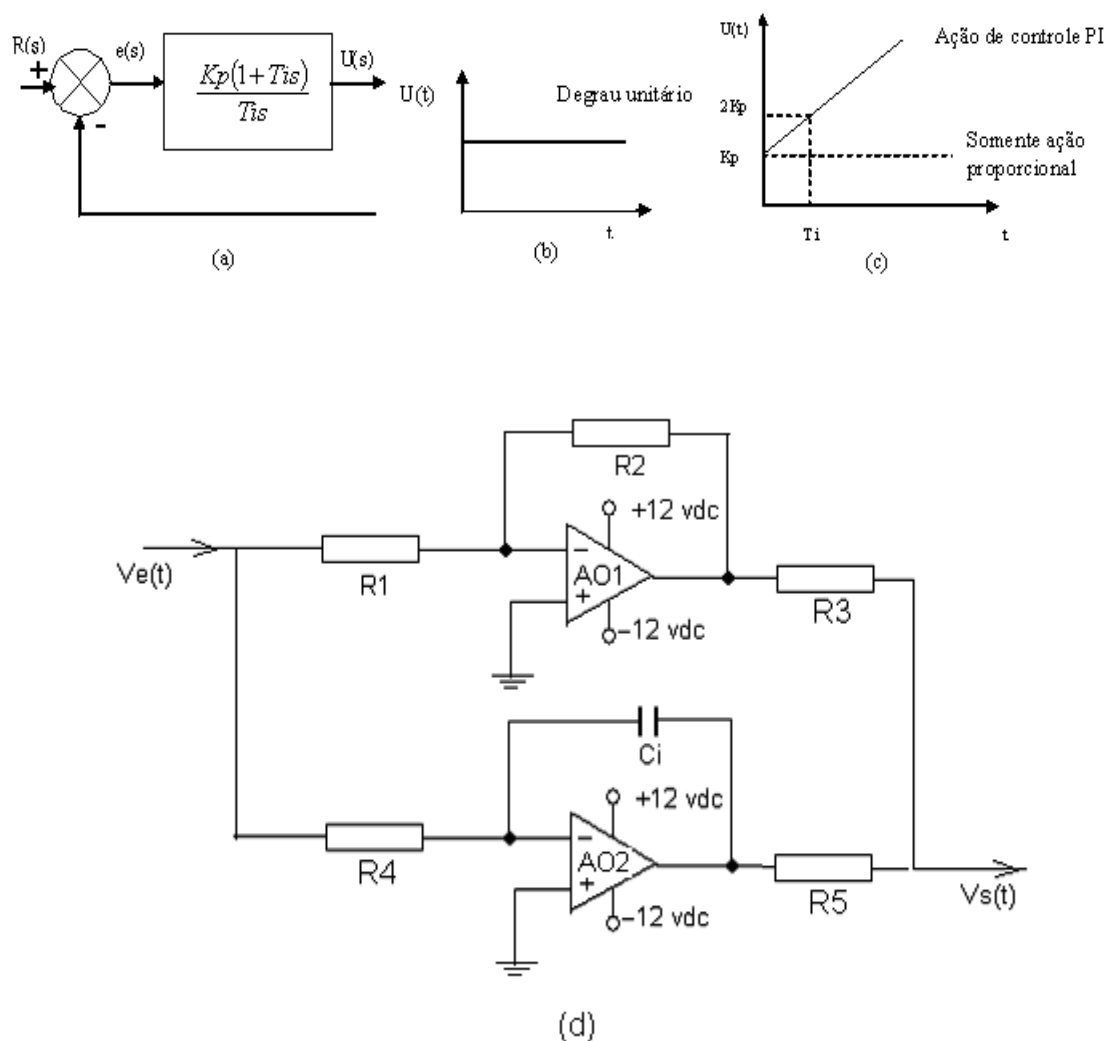


Figura 3.17 – (a) Diagrama em blocos de um controlador proporcional-mais-integral e; (b) entrada em degrau  $e$ ; (c) efeito da ação integral mais a proporcional e; (d) circuito controlador Proporcional-mais-Integral.

Aplicando a transformada de Laplace tem-se a seguinte função de transferência para o controlador **PI**:

$$G_{pi}(s) = \frac{U(s)}{R(s)} = \frac{K \cdot \left( s + \frac{1}{T_i} \right)}{s} \quad (4.14)$$

Com um **zero** em  $-\frac{1}{T_i}$  que tende a compensar o efeito desestabilizador do pólo na origem.



Valores altos de  $Ti$  podem levar a predominância da ação proporcional, sendo que  $Ti = \infty$  corresponde ao controlador proporcional. Neste caso, existe um erro em regime permanente. Na medida em que diminui  $Ti$  a ação integral começa a predominar sobre a ação proporcional e a resposta tende a se aproximar mais rapidamente da referência, ou seja, o erro em regime tende a ser anulado mais rapidamente. Se diminuir excessivamente  $Ti$  observa-se que a resposta começa a ficar mais oscilatória numa tendência de estabilização. Isto se justifica pelo fato de que, neste caso, o zero do controlador começa a se afastar demasiadamente do pólo na origem e o controlador tende a comportar-se como um integrador puro.

A Figura 3.14 mostra o circuito completo implementado, onde as ações de controle proporcional mais Integral poderão ser implementadas em conjunto, abrindo  $X3$  e fechando  $X1$  e  $X2$ .

### 3.8. Controlador Proporcional-Derivativo (PD)

Dependendo da dinâmica do processo, o sinal de controle estará em “atraso” para corrigir o erro. Este fato é responsável por transitórios com grande amplitude e período de oscilação, podendo em um caso extremo, gerar respostas instáveis. O capacitor  $C2$  no diferenciador deixa passar apenas variações no erro.

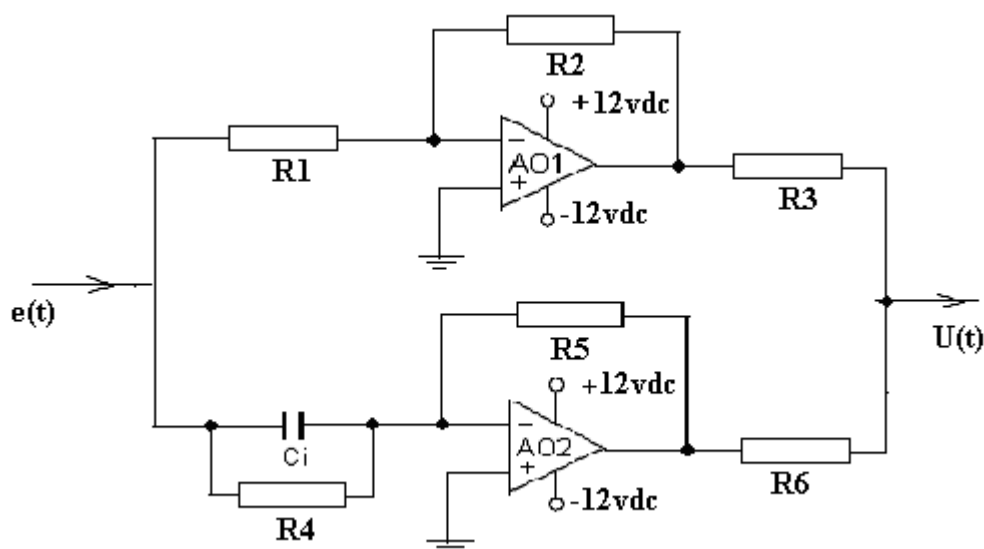


Figura 3.18 - Circuito controlador Proporcional-mais-Derivativo.

A ação derivativa quando combinada com a ação proporcional tem justamente a função de “antecipar” a ação de controle a fim de que o processo reaja mais rápido [6]. Neste caso, o sinal de controle a ser aplicado é proporcional a uma “predição” da saída do processo. A estrutura básica do controlador **PD** é dada por:

$$U(t) = K \cdot \left( e(t) + T_d \cdot \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (4.15)$$

Considerando-se que  $e(t + T_d)$  pode ser aproximado por:

$$e(t + T_d) \approx e(t) + T_d \cdot \frac{de(t)}{dt} \quad (4.16)$$

Tem-se que  $U(t) \approx K e(t + T_d)$ , ou seja, o sinal de controle é proporcional a estimativa do erro de controle  $T_d$  unidades de tempo a frente. Em outras palavras, a predição é feita extrapolando o valor do erro pela reta tangente a curva do erro no instante  $t$ , conforme exemplificado na Figura 3.19 (a, b, c, d) [6].

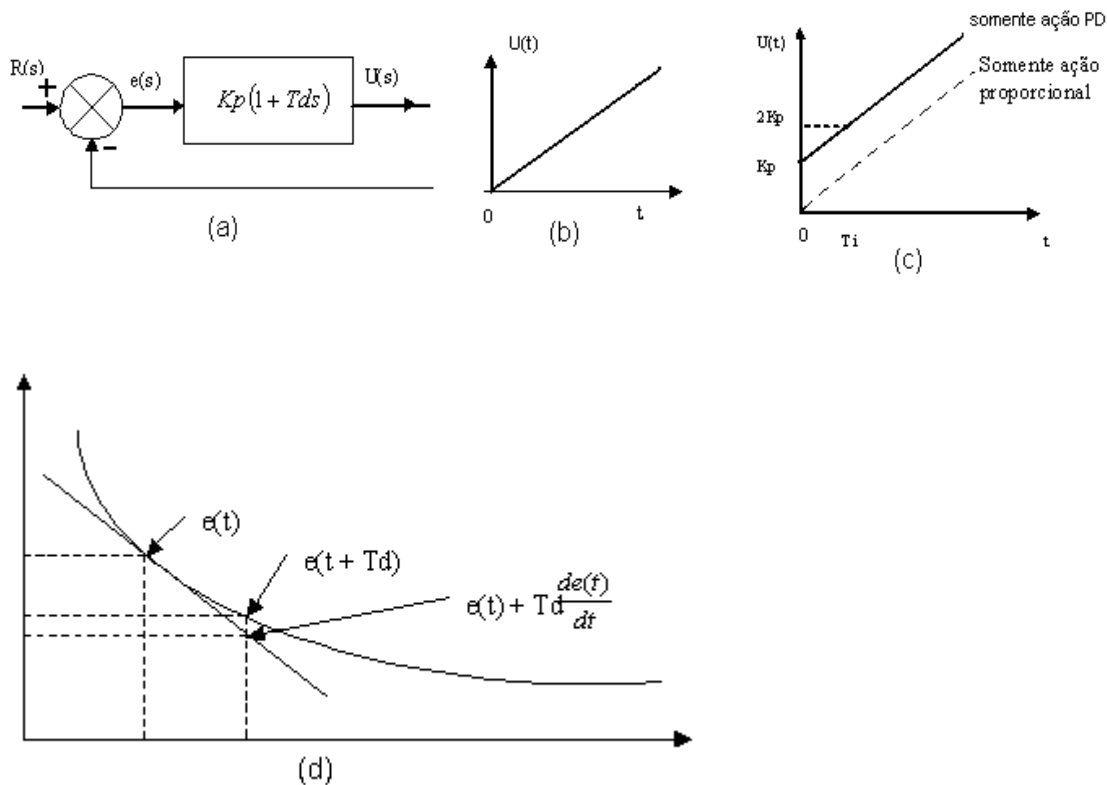


Figura 3.19 – (a) Diagrama em blocos de um controlador Proporcional-mais-Derivativo e; (b) entrada em rampa unitária e; (c) saída do controlador e; (d) interpretação da ação Proporcional-mais-Derivativa.

Este tipo de função de transferência implica em um ganho que cresce com o aumento da frequência. Este fato deixa o sistema extremamente sensível a ruídos de alta frequência. Sendo por isso que a implementação analógica de um derivador puro é fisicamente impossível. Então a implementação de um derivador só é possível com a introdução de um pólo em alta frequência que tem justamente a finalidade de limitar o ganho de parte derivativa em alta frequência. Manipulando-se a equação matemática da função de transferência do **PD** fica:

$$G_{pd} = \frac{U(s)}{R(s)} = K \cdot \left( 1 + \frac{s \cdot p \cdot T_d}{s + p} \right) = \frac{K \cdot (1 + T_d \cdot p) \cdot \left( s + \frac{p}{1 + p \cdot T_d} \right)}{s + p} \quad (4.17)$$

O **zero** do controlador está sempre à direita do pólo. Esta configuração é equivalente á de um compensador de avanço de fase. Aumentando ***T<sub>d</sub>***, o **zero** do controlador tende a origem, significando a predominância da ação derivativa.

A Figura 3.14 mostra o circuito completo implementado, onde a ação de controle proporcional mais Derivativa poderá ser implementada, abrindo *X1* e fechando *X2* e *X3*.

### 3.9. Controlador Proporcional Integral e Derivativo (PID)

Combinando-se a ação proporcional, integral e derivativo para gerar um só sinal de controle, dá origem ao que é chamado de controlador proporcional-integral-derivativo ou simplesmente **PID**. Aproveitando as características particulares de cada uma destas ações, obtem-se uma melhora significativa do comportamento transitório e em regime permanente do sistema controlado. A Figura 3.20 [6] mostra a implementação analógica destas três ações de controle, utilizando amplificadores operacionais *LM741*.

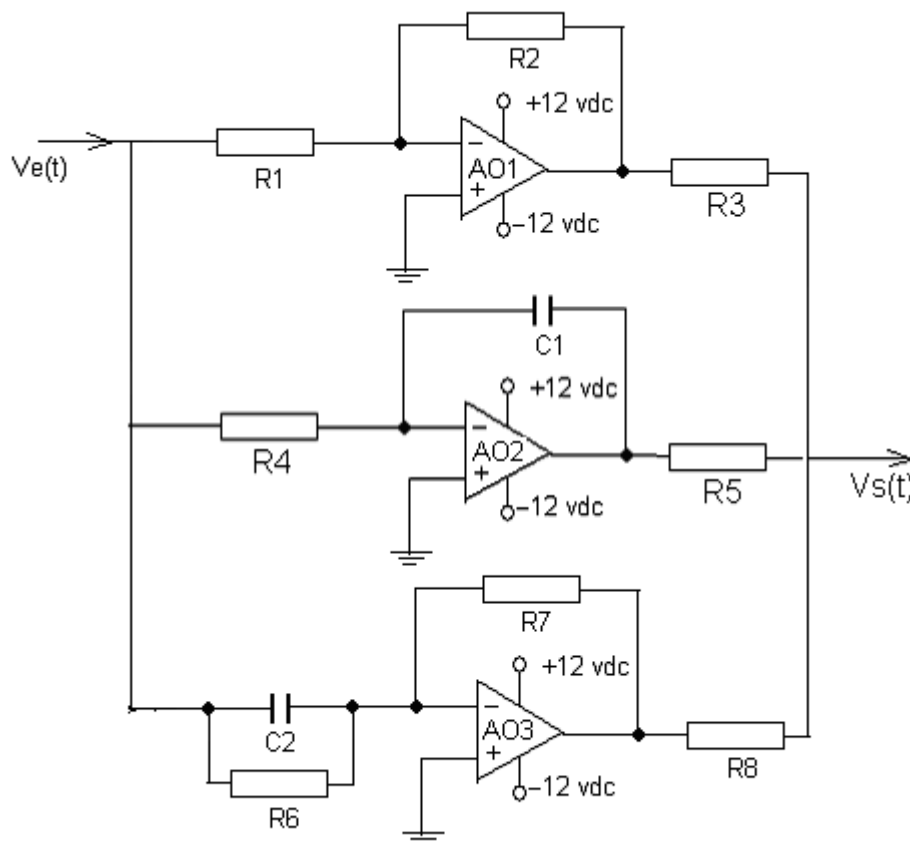


Figura 3.20 – Esquema elétrico do controlador PID

Onde:

$$G(p.i.d) = \frac{U(s)}{R(s)} = K \cdot \left( \frac{1}{Ti \cdot s} + \frac{s \cdot p \cdot Td}{s + p} \right) = K \cdot \frac{\left( s^2 + \frac{1 + TdTi}{Ti} \cdot s + \frac{p + Tip}{Ti} \right)}{s \cdot (s + p)} \quad (4.18)$$

Desta forma se obtém três parâmetros de sintonia no controlador: o ganho proporcional **K** (ação proporcional), o tempo integral **TI** (ação integral), o tempo derivativo **Td** (ação derivativa), a Figura 3.20 mostra a implementação analógica destas três ações de controle, utilizando amplificadores operacionais *LM741*.

A Figura 3.21 [6] mostra genericamente como é gerado o sinal do controle *PID*.

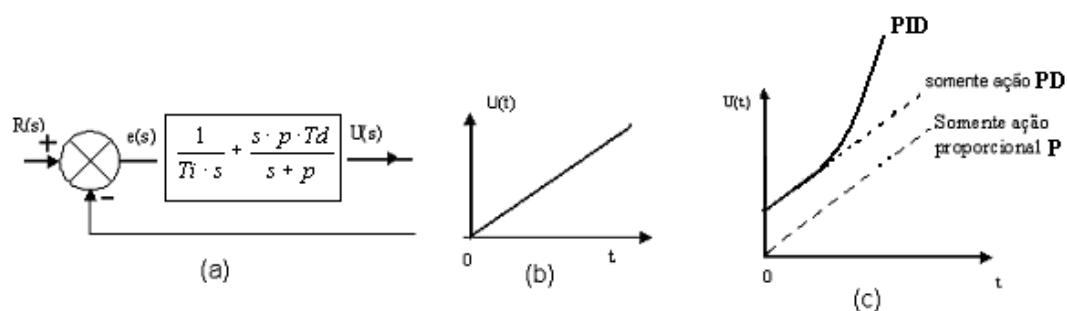


Figura 3.21 – (a) Diagrama em blocos de um controlador Proporcional-mais-Integral-mais-Derivativo e; (b) entrada em rampa unitária e; (c) saída do controlador.

Na Figura 3.22 é mostrado o sistema aerodinâmico com o controle de posição angular montado e operando.



Figura 3.22 – Posição angular do sistema de propulsão sendo controlada por um PID analógico.

A Figura 3.14 mostra o circuito completo implementado, onde a ação de controle proporcional mais Integral mais Derivativa poderá ser implementada, fechando  $X1$ ,  $X2$  e  $X3$ .

#### 4 SINTONIA DE CONTROLADORES PID PELO MÉTODO DE ZIEGLER-NICHOLS.

O projeto de um controlador pode ser feito baseado na resposta de um modelo de referência de segunda ordem e, a partir do conhecimento da planta que deverá ser controlada, encontrar os parâmetros proporcional, integrativo e derivativo, chamados  $k_p$ ,  $k_i$  e  $k_d$ , de um controlador *PID* que é utilizado em série com esta planta, em malha fechada, para tentar “seguir” da melhor forma possível a resposta do modelo, conforme o diagrama esquematizado na Figura 4.1, [8].

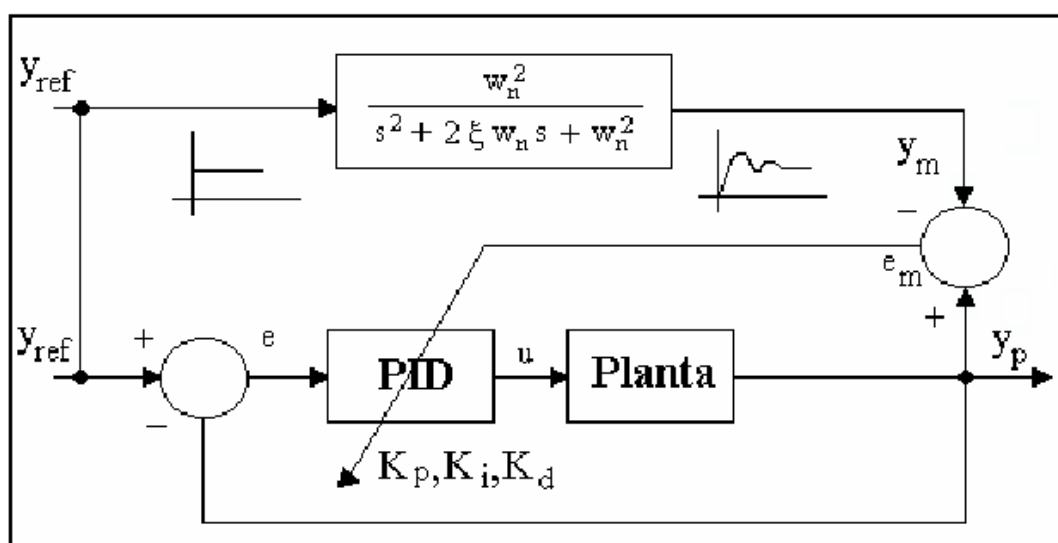


Figura 4.1 - Diagrama Esquemático para o Projeto de um PID.

Onde  $w_n$  é a frequência natural,  $\xi$  é o coeficiente de amortecimento,  $y_{ref}$  é o valor de referência de entrada,  $y_m$  é a saída do modelo,  $y$  é a saída da planta,  $e$  é o erro atuante,  $u$  é o sinal de controle e  $e_m$  é o erro do modelo.

Os três parâmetros devem ser ajustados para proporcionar um desempenho satisfatório da planta. Os mesmos podem ser calculados por simulações com valores escolhidos aleatoriamente, e podem, o que ocorre na maioria das vezes, serem escolhidos através das regras de *Ziegler & Nichols*<sup>1</sup>, onde verifica-se qual a resposta do sistema quando se introduz um sinal degrau na referência ou um distúrbio no processo, registrando os valores dos critérios de desempenho: tempo de subida ( $tr$ ),

<sup>1</sup> Ziegler & Nichols propuseram regras para a determinação dos valores do ganho proporcional  $K_p$ , do tempo integral  $T_i$  e do tempo derivativo  $T_d$ , baseadas nas características da resposta transitória de uma dada planta.

“*overshoot*<sup>1</sup>” ( $Mo$ ), tempo de estabilização ( $ts$ ), tempo de pico ( $tp$ ), e erro em regime estacionário( $erp$ ). Regras utilizadas para a determinação dos valores do ganho proporcional  $K_p$ , do tempo integral  $T_i$  e do tempo derivativo  $T_d$ , baseadas nas características da resposta transitória da planta experimental. Tal determinação dos parâmetros dos controladores  $PID$  pode ser feita pelos Engenheiros e técnicos no local por experiências na planta.

#### - Método da resposta ao Salto para sistema com resposta lenta.

O método é utilizado para determinação dos parâmetros de ganho  $K$ , constante de tempo  $Tau$  ( $\sigma$ ), retardo  $R$  e inclinação da reta  $L$ , com a malha aberta e mantendo as ações Integral e Derivativo desativadas, com o aumento do ganho de um controlador proporcional em plantas que possuem curvas de resposta ao degrau na forma de “ $S$ ”, o método visa a obtenção de 25% de sobre-sinal máximo na resposta ao degrau [8].

Conforme Figura 4.2, o estado de equilíbrio foi alterado por uma aplicação de uma variação degrau de amplitude  $0.8\ Volts$ . Na resposta registrada, mediu-se que a taxa de variação máxima de saída foi de  $R=0.259$ .

Conforme Tabela 4.3, com uma entrada tipo degrau e mediante a determinação da reta de máxima inclinação da curva de resposta, são determinados os parâmetros  $K$ ,  $Tau$  ( $\sigma$ ),  $R$  e  $L$ .

---

<sup>1</sup> Overshoot é o percentual máximo em que a resposta ultrapassa o valor de regime permanente, também chamado de “sobre sinal”.

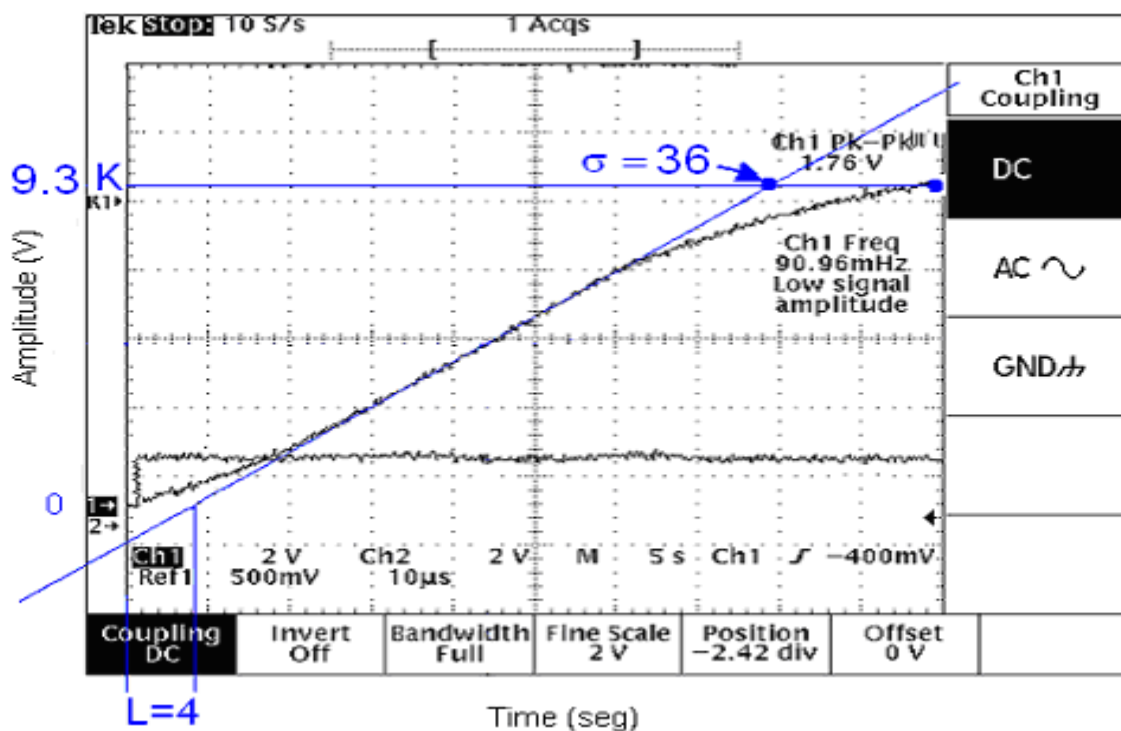


Figura 4.2 – Resposta experimental da malha aberta com entrada tipo degrau.

Tabela 4.3 - Valores preestabelecidos para ajuste pelo método resposta ao salto.

$K = 9.3$	Ganho
$\text{Tau } (\sigma) = 36$	Constante de tempo
$L = 4$	Retardo
$R = \frac{K}{\sigma} = \frac{9.3}{36} = 0.259$	Inclinação



Tabela 4.4 – Tabela dos valores calculados para os parâmetros da curva do método resposta ao salto.

	Kp	Ti	Td
P	$\frac{1}{RL} = \frac{1}{0.259 \cdot 4} = 0.965$		
PI	$\frac{0.9}{RL} = \frac{0.9}{0.259 \cdot 4} = 0.869$	$\frac{L}{0.3} = \frac{4}{0.3} = 13.333$	
PID	$\frac{1.2}{RL} = \frac{1.2}{0.259 \cdot 4} = 1.158$	$2 \cdot L = 2 \cdot 4 = 8$	$\frac{L}{2} = \frac{4}{2} = 2$

#### - Estratégia de Controle por Realimentação.

Para Implementar um sistema de realimentação com controlador *PID*, utilizando as regras de *Ziegler & Nichols* em malha fechada, e necessário que cada tipo de controlador esteja devidamente sintonizado em sua ação de controle.

Escolhe-se um intervalo de tempo adequado às medições que se pretende efetuar e escrever os procedimentos para chegar as conclusões.

Nos Itens 4.3, 4.4 e 4.5, são demonstradas as estratégias de sintonia das ações de controle, Inicialmente usando os valores de ajuste sugeridos por *Ziegler & Nichols*, e após, usando valores alterados manualmente, retirados de observações do desempenho do controle através das respostas transitórias.

#### - Ação de controle Proporcional (P)

Configurando o circuito da Figura 3.14 para ação Proporcional (pura), fechando a interligação *X2* e abrindo as interligações *X1* e *X3*.

**Com os ajustes encontrados na resposta ao salto proposto por *Ziegler & Nichols*.**

Com o auxílio de um osciloscópio de alta persistência para análise de resposta em pequenas frequências, observou-se para uma entrada degrau de amplitude  $250mV$ , e com os ajustes propostos pelo método da resposta ao salto, a seguinte resposta transitória:

A Figura 4.3 representa a tela do osciloscópio que registrou a resposta transitória referente à entrada degrau com amplitude  $250mV$ .

A varredura osciloscópio é  $5 s/div$  e a varredura vertical foi ajustada para que o sinal fique entre 8 divisões centrais. O tempo de subida ( $tr$ ) é o tempo entre os cruzamentos da onda com os pontilhados do osciloscópio que representam 10 a 90% da amplitude.

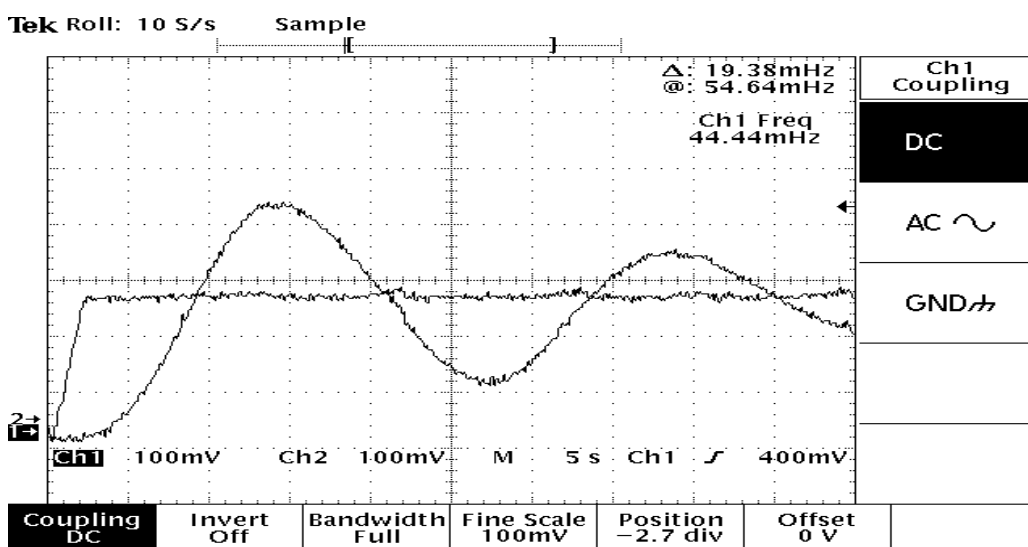


Figura 4.3 – Resposta experimental do sistema de controle Proporcional.

Desta maneira observou-se que o tempo de subida ( $tr$ ) vale aproximadamente 0.8 divisões, resultando:

$$Tr = 0.8div \times 5 \frac{seg}{div} = 4s$$

$$E_{reg} = \frac{250 - 180}{180} = 0.389 \quad E_{reg} = 38.9\%$$

$$Mo = \frac{150 \cdot 100\%}{400} = 37.5\% \quad Tp = 13s \quad Ts \approx 50s$$

**Com os novos ajustes efetuados observando o desempenho na resposta transitória.**

Os modelos utilizados para o projeto nem sempre são suficientemente completos e os métodos, por serem para aplicações genéricas, muitas vezes fornecem ajustes que podem ser melhorados. Por esta razão, por vezes é conveniente, após ter obtido um ajuste para o controlador por meio do método apresentado, efetuar manualmente um *ajuste* dos parâmetros do controlador tendo em conta o desempenho observado do sistema. Para tanto é preciso ter em mente o efeito de cada uma das ações de controle sobre o desempenho do processo.

A Tabela 4.4 mostra as várias tentativas de ajuste, até encontrar aquela que melhor satisfaz as condições de processo.

Tabela 4.5 – Ajustes efetuados com observância no desempenho do sistema.

Kp	Mo (%)	Ts (s)	Ereg (%)	Tr (s)	Tp (s)
1	37,5	50	38.9	4	13
2	36	42	26	4	13
3	35	40	18	3	13
4	33	36	13	3	12
5	31	35	8,7	3	12

A Figura 4.4 está baseada nas características da resposta transitória da planta experimental, varias tentativa foram necessárias para encontrar o melhor ajuste dos parâmetros na ação proporcional, melhorando bastante o erro em regime (*Ereg*) e o tempo de estabilização (*Ts*). O sobre sinal (*Mo*) embora tenha diminuído um pouco, vai permanecer elevado devido ao sistema ser muito lento.

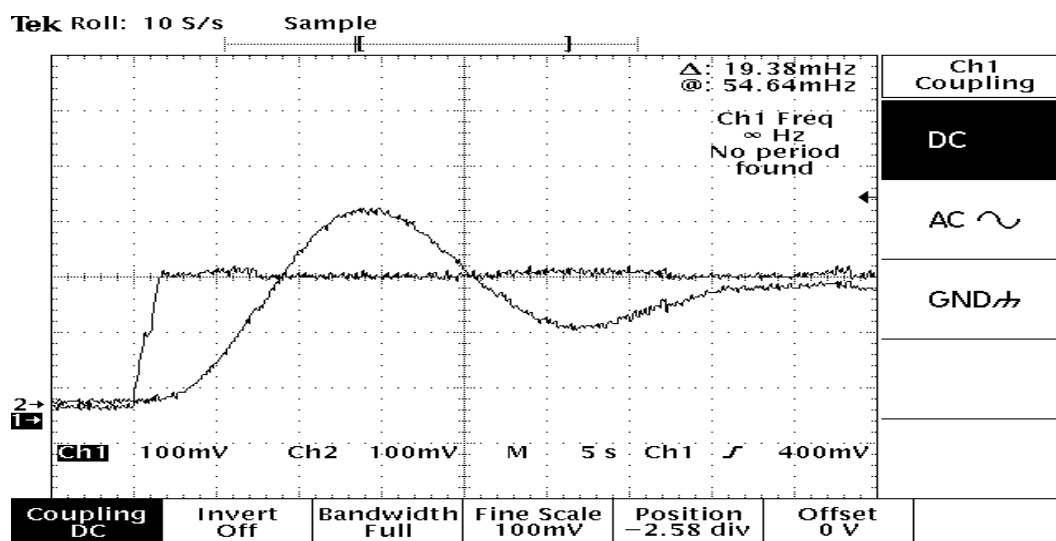


Figura 4.4 – Resposta experimental do sistema de controle Proporcional após ajuste manual.

#### - Ação de controle Proporcional mais Integral (PI)

Configurando o circuito da Figura 3.14 para ação Proporcional mais Integral, fechando as interligações X1 e X2 e abrindo a interligação X3.

Com os ajustes encontrados na resposta ao salto proposto por *Ziegler & Nichols*.

Com uma entrada degrau de amplitude de 250mV, com o auxílio de um osciloscópio foram retirados os dados da resposta transitória.

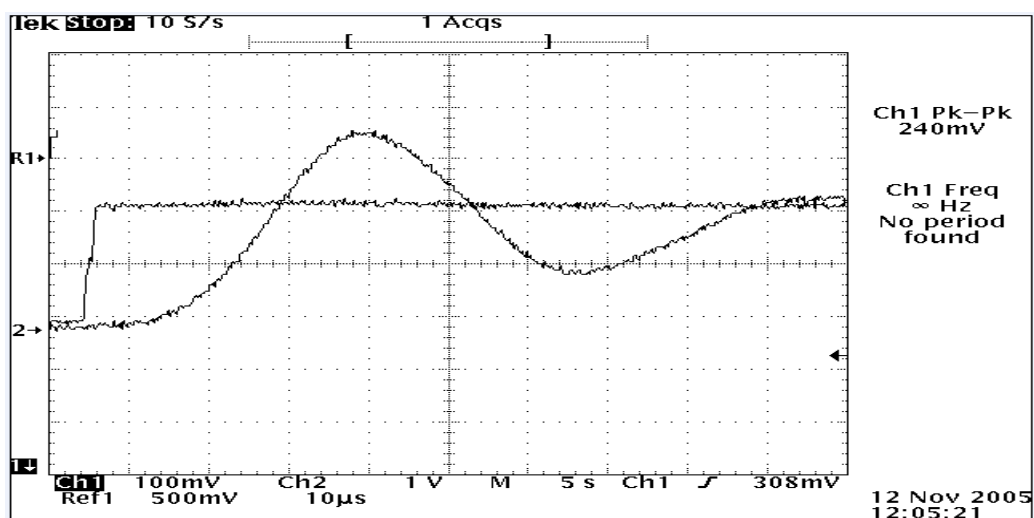


Figura 4.5 – Resposta transitória experimental do sistema de controle Proporcional e integral.

A Figura 4.5 representa a tela do osciloscópio que registrou a resposta transitória referente à entrada degrau com amplitude  $200mV$ , para os ajustes propostos por *Ziegler & Nichols* [8].

A varredura do osciloscópio é  $5 s/div$  e a varredura vertical foi ajustada para que o sinal fique entre 8 divisões centrais. O tempo de subida ( $tr$ ) vale aproximadamente 0.8 divisões, resultando:

$$Tr = 0.8div \times 5 \frac{seg}{div} = 4s$$

$$Ereg = \frac{200 - 215}{215} = 0.069 \quad Ereg = 6.98\%$$

$$Mo = \frac{120 \cdot 100\%}{350} = 34.3\% \quad Tp = 17s \quad Ts = 60s$$

#### **Com os novos ajustes efetuados observando o desempenho na resposta transitória.**

Após ter obtido um ajuste para o controlador por meio do método apresentado, efetuar manualmente os ajustes dos parâmetros  $P$  e  $I$  do controlador, tendo em conta o desempenho observado do sistema. Para tanto é preciso ter em mente o efeito de cada uma das ações de controle sobre o desempenho do processo. As várias tentativas de ajuste estão demonstradas na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Ajustes na ação de controle PI

Kp	Ti	Mo %	Ts (s)	Ereg %	Tr (s)	Tp (s)
1	13	34,3	60	6.98	4	17
0.8	15	34	55	5.0	4	18
0.5	17	35	53	3	4	18
0.5	20	35	50	1	3	18
0.3	20	34	48	0.3	3	17

A Figura 4.6 mostra a resposta experimental com os melhores ajustes na ação proporcional e integral, melhorando bastante o erro em regime (Ereg) e o tempo de estabilização (Ts). O sobre sinal (Mo) praticamente não houve alteração, por ser um sistema muito lento.

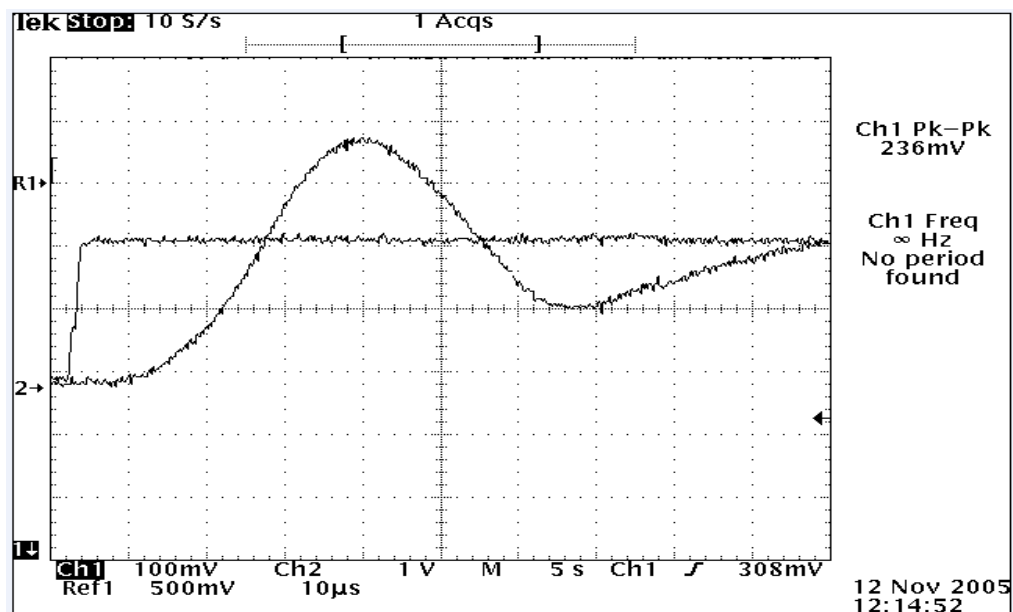


Figura 4.6 – Resposta experimental do sistema de controle Proporcional e Integral.

#### - Ações de controle Proporcional, Integral e Derivativo (PID).

Configurando o circuito da Figura 3.14 para ação Proporcional mais Integral mais Derivativa, fechando as interligações  $X1$ ,  $X2$  e  $X3$ .

**Com os ajustes encontrados na resposta ao salto proposto por Ziegler & Nichols.**

Com uma entrada degrau de amplitude de  $200mV$  e com o auxílio de um osciloscópio foram coletados os dados da resposta transitória.

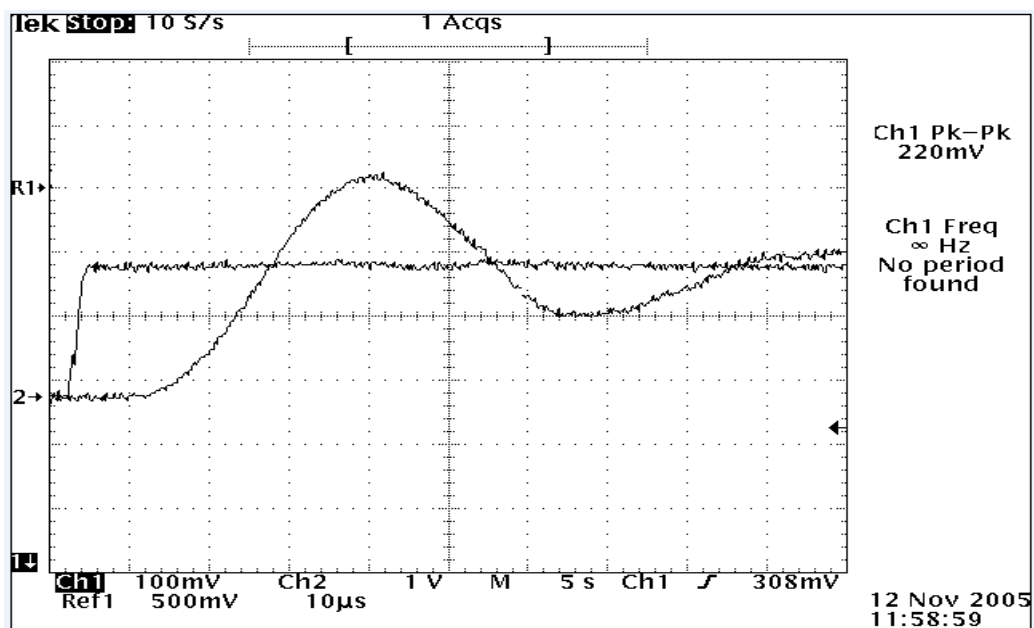


Figura 4.7 – Resposta experimental do sistema de controle Proporcional, Integral e Derivativa (PID).

A Figura 4.7 representa a tela do osciloscópio que registrou a resposta transitória referente à entrada degrau com amplitude  $250mV$ .

A varredura osciloscópio é  $5s/div$  e a varredura vertical foi ajustada para que o sinal fique entre 8 divisões centrais. O tempo de subida ( $tr$ ) vale aproximadamente 0.8 divisões, resultando:

$$Tr = 0.8div \times 5 \frac{seg}{div} = 4s$$

$$Ereg = \frac{200 - 210}{210} = 0.0476 \quad Ereg = 4.76\%$$

$$Mo = \frac{140 \cdot 100\%}{330} = 42.42\% \quad Tp = 20s \quad Ts = 48s$$

**Com os novos ajustes efetuados observando o desempenho na resposta transitória.**

Após ter obtido um ajuste para o controlador por meio do método apresentado anteriormente, efetua-se manualmente os ajustes dos parâmetros  $P$ ,  $I$  e  $D$  do controlador, tendo em conta o desempenho observado do sistema. Para tanto é preciso ter em mente o efeito de cada uma das ações de controle sobre o desempenho do processo.

Tabela 4.7 – Ajustes na ação de controle PID.

Kp	Ti	Td	Mo %	Ts (s)	Ereg %	Tr (s)	Tp (s)
1	8.0	2.0	42.4	48	4.76	4	20
2	6.0	3.0	41.2	42	2.6	3.4	18
3	5.0	3.0	38	38	1.8	3.0	17
3	4.0	3.0	35	35	0.5	2.8	16
3.5	4.5	3.0	32	33	0.1	2.5	15

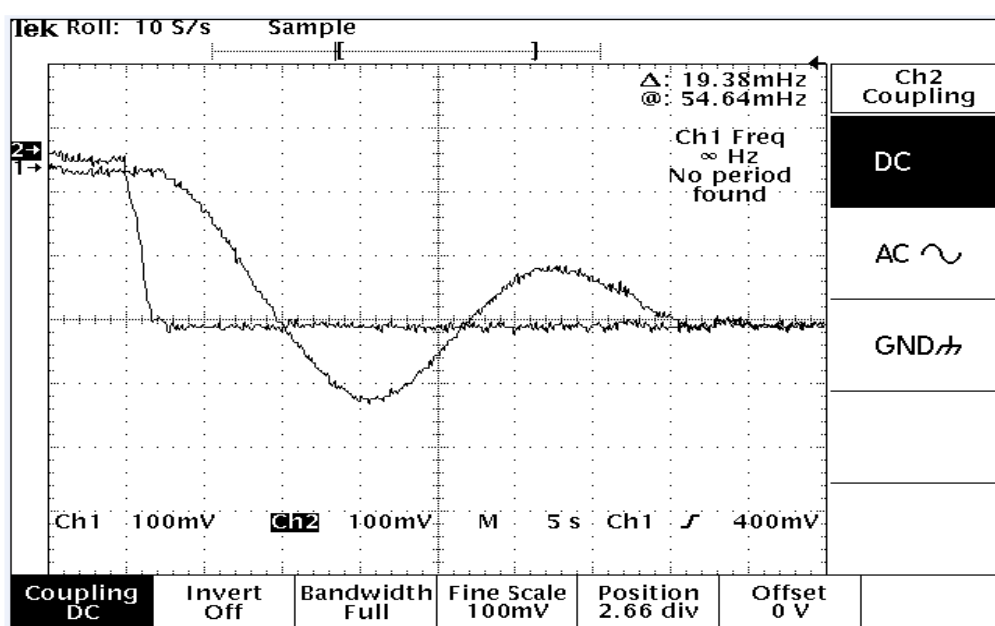


Figura 4.8 – Resposta experimental do sistema de controle Proporcional, Integral e Derivativo (PID).

A Figura 4.8 mostra a resposta experimental com os melhores ajustes na ação Proporcional, Integral e Derivativa, praticamente anulando o erro em regime ( $E_{reg}$ ), diminuiu bastante o tempo de estabilização ( $T_s$ ). O sobre sinal ( $Mo$ ) também diminuiu um pouco, porem, sabe-se que em um sistema muito lento é normal um  $Mo$  maior que 25% [8].



## CONCLUSÃO

Este trabalho consistiu em avaliar o desempenho de três sintonias para o controlador PID analógico.

Para a avaliação do desempenho do sistema foi desenvolvido o método da resposta ao salto, utilizando critérios de *Ziegler & Nichols*, por ser recomendada em sistemas lentos e com *Overshoot* ( $Mo$ ) maiores que 25%, entretanto deve-se considerar somente como um teste inicial de sintonia da malha.

Realizaram-se ajustes dos parâmetros calculados para cada sintonia, onde foi demonstrada a influência de cada tipo de controlador no desempenho do sistema.

Os resultados mostrados na resposta experimental, após ajustes nas ações de controle, resultaram em melhorias consideráveis no erro em regime ( $E_{reg}$ ), no tempo de estabilização ( $T_s$ ). Entretanto, através da comparação dos índices dos valores dos erros de *sobressinal* ( $Mo$ ), constatou-se que a sintonia pelo método da resposta ao salto apresentou poucas melhorias. Sabe-se que sistemas lentos e não lineares provocam valores altos de *overshoot*, sendo aceitáveis na maioria dos sistemas de controle. No geral os valores de erros obtidos, conforme tabelas 4.5, 4.6 e 4.7, estão dentro de uma faixa aceitável.

Conclui-se que o método de sintonia de resposta ao salto, proporciona um controle de menores oscilações, sendo um método que facilita as alterações dos ajustes.

Os resultados alcançados mostraram que o sistema aerodinâmico é capaz de controlar a posição angular da haste mecânica, independente das variações do sinal ocorridos na entrada ou de perturbações na estrutura.

## REFERÊNCIAS

- [1] Borchardt e zaro, Instrumentação – Guia de aulas práticas, Ed. UFRGS, 1982.
- [2] CIPELLI, A. M. & VICARI SANDRINI, V. J. Teoria e Desenvolvimento de Projetos de Circuitos Eletrônicos. 13ª edição. São Paulo: Érica, 1982.
- [3] MATLAB – The Student Edition of MATLAB – The Ultimate Computing Environment for Tchnical Education. Version 4.0 – User’s Guide. The Math Works Inc, 1995.
- [4] Notas de aula do Profa.Dra. Marília Amaral da Silveira, 2003/2
- [5] Notas de aula do Prof. Dr. Alexandre Balbinot, 2005/2.
- [6] Notas de aula do Prof. ME. Augusto Alexandre Durganti de Mattos, 2005/1.
- [7] Notas de aula do Prof. Dr. Valner João Brusamarello, 2003/1
- [8] OGATA, K. Engenharia de Controle Moderno. Segunda edição. Prentice-Hall do Brasil, 1994.
- [9] SILVA, G. A., MAITELLI. A. L., ARAÚJO, A. D. Um ambiente para o projeto de controladores clássicos empregando técnicas de otimização. Anais do XII Congresso Brasileiro de Automática, vol. VI, pp. 1911-1916, Uberlândia-MG, 1998.
- [10] Willian H.Hayt, Jr. & Jack E. Kemmerly. Análise de Circuito em Engenharia.1973, McGraw-Hill do Brasil Ltda.

## **ANEXOS**

ANEXO A – MEDIÇÕES DE TENSÃO DO TRANSDUTOR POTENCIOMÉTRICO	(72)
ANEXO B – FONTE DE ALIMENTAÇÃO	(74)
ANEXO C - CONTROLE PID – IMPLEMENTAÇÃO E CONSIDERAÇÕES DE ORDEM PRÁTICA	(76)
ANEXO D – FOTOS DO PROJETO	(80)

## ANEXO A – MEDIÇÕES DE TENSÃO DO TRANSDUTOR POTENCIOMÉTRICO.

A Tabela A1 do Anexo A, mostra as diversas medições de tensão em relação a posição angular do potenciômetro linear.

Tabela A1 – Sinal de saída do potenciômetro (em tensão (V)) sua média aritmética para 9 diferentes ângulos de posição da haste (0° – 180°).

Ângulo	Saída1 (v)	Saída2 (v)	Saída3 (v)	Média (v)
0°	0,0812	0,0812	0,08	0,081
22,5°	0,1132	0,1136	0,1128	0,113
45°	0,144	0,1445	0,1442	0,144
77,5°	0,1757	0,1747	0,1757	0,175
90°	0,1965	0,1963	0,1966	0,196
112,5°	0,228	0,2275	0,2268	0,227
135°	0,2571	0,258	0,2586	0,258
157,5°	0,294	0,288	0,291	0,291
180°	0,323	0,3215	0,325	0,323

Onde a média aritmética é a soma das mediadas em cada ângulo dividido pelo

número de medidas efetuadas,  $V_m = \frac{V1 + V2 + v3}{3}$

A repetividade é a medida do desvio do resultado de teste em relação ao valor médio  $V_m = \frac{V1 + V2 + v3}{3} \times 100\%$  ( intervalo de todas as medições), ou seja, é o grau de concordância entre medições sucessivas aplicadas sob as mesmas condições e na mesma direção.

O potenciômetro em teste tem uma repetividade muito boa, pois o grau de concordância é bem aproximado [8].

Quanto à sensibilidade, o potenciômetro é um sensor que detecta pequenas variações da grandeza medida, neste caso o ângulo. A sensibilidade absoluta pode ser quantizada a razão da menor amplitude de saída perceptível ( $\Delta V$ ), e a correspondente variação da amplitude do ângulo ( $\Delta \theta$ ).

$$S_{abs} = \frac{\Delta V}{\Delta \theta}$$

Sendo assim, o potenciômetro em teste possui uma sensibilidade absoluta bastante alta.

A precisão do potenciômetro em teste é bastante boa, pois as leituras efetuadas do mesmo valor medido estão bem próximas uma das outras.

A linearidade expressa o quão é linear a curva de medição do sensor em teste, ou seja, é o máximo desvio da curva de medição em relação a uma reta de referência. Usaremos a linearidade independente, que fornece uma linha média entre linhas paralelas o mais próximas uma da outra, contudo englobando todos os valores obtidos durante o procedimento de teste. A figura A1 mostra o desvio na linearidade.

$$Lin\% = \pm 100 \cdot \frac{Dif_{m\acute{a}x}(v)}{FS_s(v)} = \pm \frac{0.1v}{5v} \cdot 100\% = \pm 2\%$$

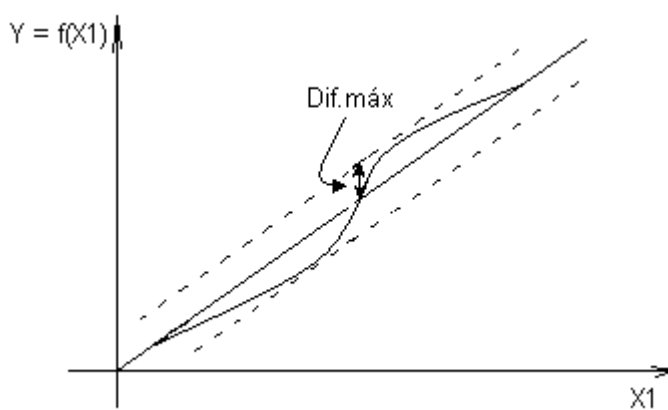


Figura A1 – linearidade independente de tensão do potenciômetro em teste.

## ANEXO B – FONTE DE ALIMENTAÇÃO

A fim de obter  $\pm 15VDC$  estável para alimentação do circuito, implementou-se um circuito regulador de tensão de  $\pm 15VDC$  corrente contínua. Os capacitores de entrada garantem uma estabilidade na tensão para circuitos longe da fonte, os capacitores de saída formam a carga capacitiva mínima para manter estável o funcionamento do regulador.

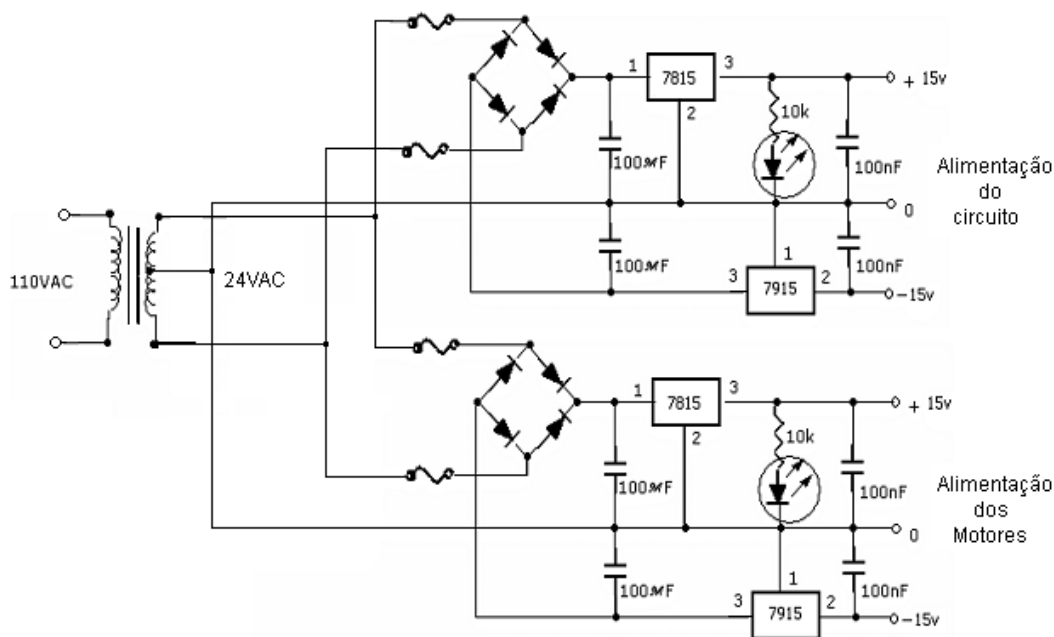


Figura B1 – Circuito da fonte simétricas  $\pm 15VDC$ .

Para o CI 7815, o fabricante nos garante um valor de tensão de saída compreendido entre  $\pm 14.75VDC$  e  $\pm 15.25VDC$ , na faixa de temperatura de  $0^{\circ}C$  a  $125^{\circ}C$ , sob uma corrente de  $10mA$  a  $1,5$  Ampères, com tensão de entrada variando de  $17$  volts a  $30$  volts. Com reduzida impedância na saída  $\cong 0.020$  ohms para uma frequência de  $1KHz$  na faixa de temperatura entre  $0^{\circ}C$  a  $125^{\circ}C$ , perfeitamente compatível com o requerido pelos componentes do circuito.

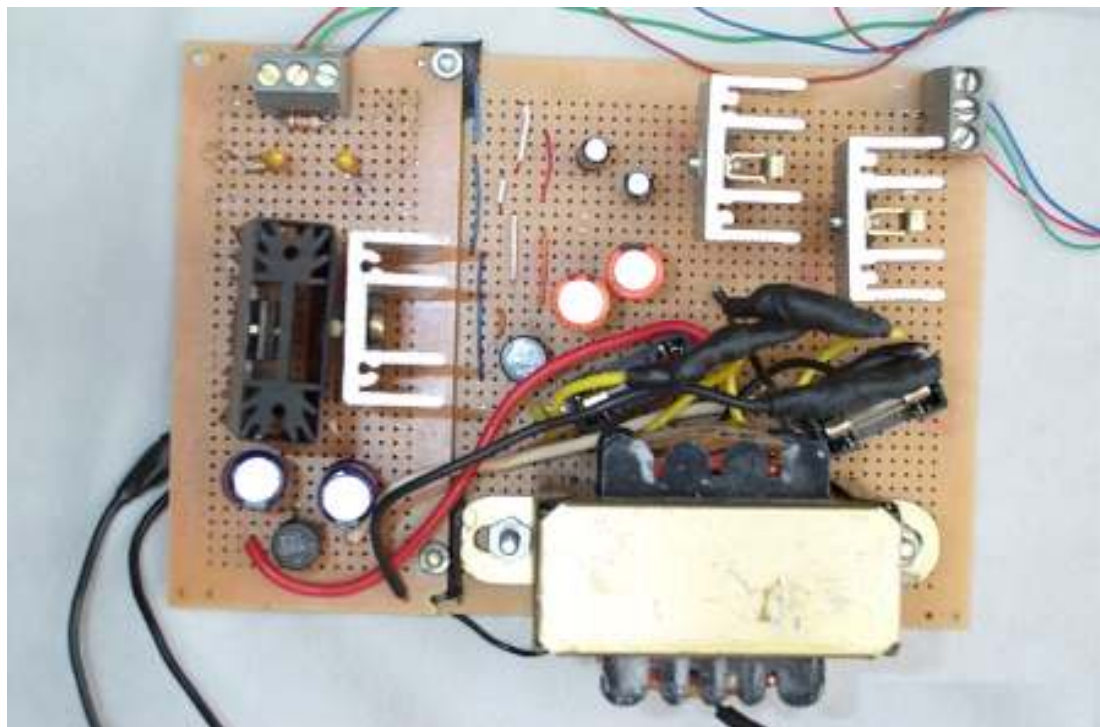


Figura B2 – Duas fontes simétricas  $\pm 15V_{DC}$  montadas.

## ANEXO C - CONTROLE PID – IMPLEMENTAÇÃO E CONSIDERAÇÕES DE ORDEM PRÁTICA

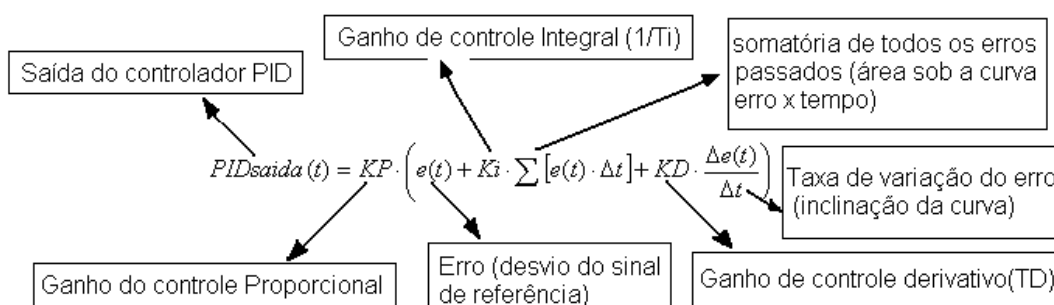
Ação de controle proporcional + integral + derivativa [5], [7].

Controle P: erro de regime.

Controle P+I: elimina o erro de regime, mas pode introduzir sobressinal.

Controle P+D: “acelera” a resposta do sistema e reduz a tendência a sobressinal.

Controlador analógico:



$$saída_{PID}(t) = K_P \left[ e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right]$$

Para os motores numa condição “completamente ligada”, como o sistema não é capaz de fornecer toda a saída necessária, a condição de erro dura mais tempo do que teoricamente poderia, e durante todo este tempo o integrador estará acumulado.

U1: amplificador diferencial - subtrai o sinal proveniente da realimentação do sinal de referência para produzir o sinal de erro.

$$G(p.i.d) = \frac{U(s)}{R(s)} = K \cdot \left( \frac{1}{T_i \cdot s} + \frac{s \cdot p \cdot T_d}{s + p} \right) = K \cdot \frac{\left( s^2 + \frac{1 + T_d T_i}{T_i} \cdot s + \frac{p + T_i p}{T_i} \right)}{s \cdot (s + p)}$$

U2, U3 e U5: configurados para atuarem como amplificadores com ganho unitário, integrador e diferenciador, respectivamente (os termos entre chaves da expressão acima).

U7: somam os três termos entre chaves e multiplica a soma por K para produzir a saída.



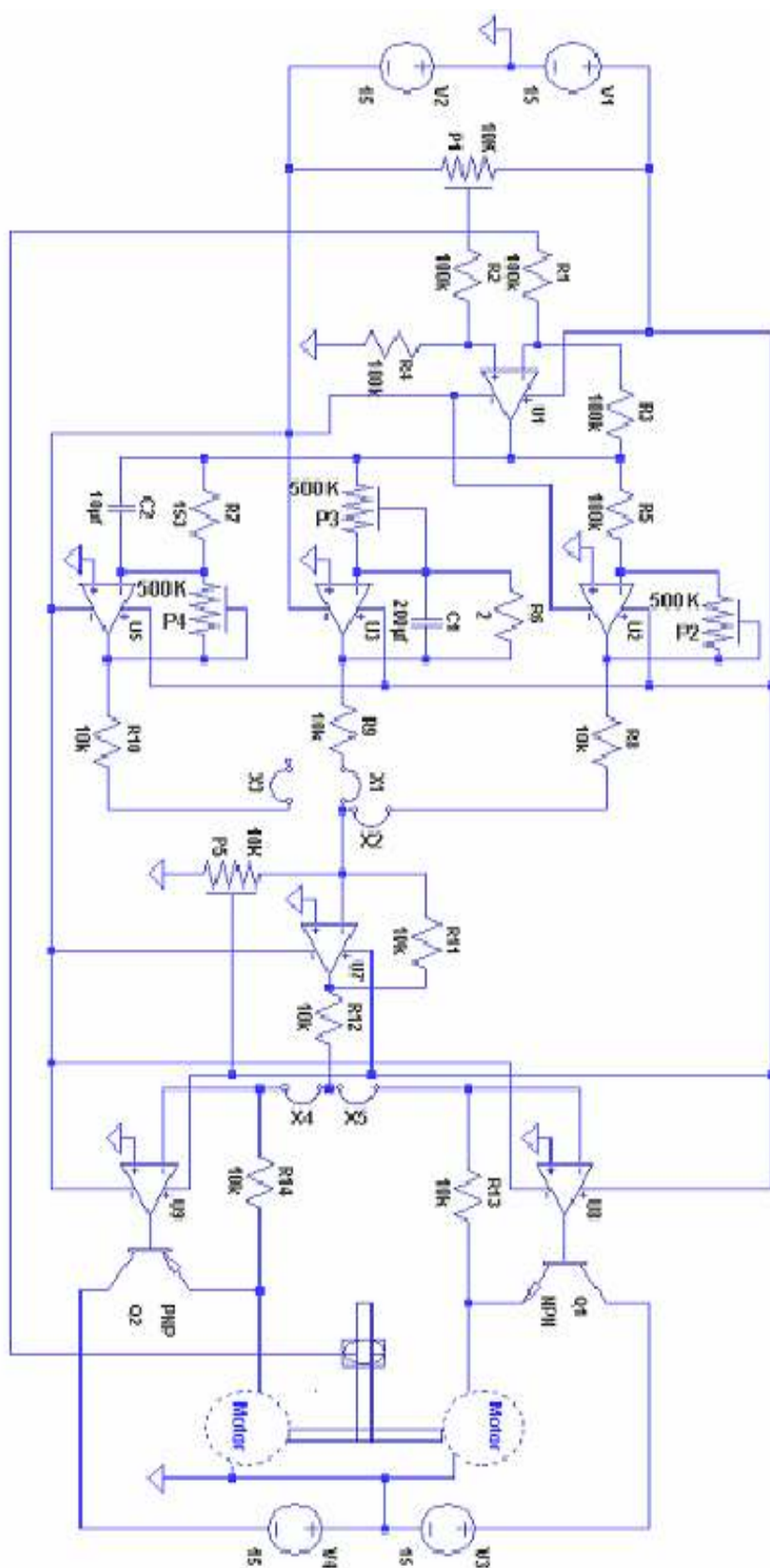


Figura C1 – Circuito completo montado

A fórmula anterior para um controle PID não leva em consideração efeitos de ruídos e de não-linearidades.

Todo amplificador real possui limites superiores e inferiores a partir dos quais tornam-se não-lineares (saturam). Sinais de erro muito grandes ou de variação rápida podem fazer com que o amplificador integral ou diferencial sature.

Nestas condições, sua saída irá temporariamente dominar o sinal de saída e pode levar o sistema à instabilidade.

Integrador: *windup*<sup>1</sup> (acúmulo) - Ocorre quando um sistema é sujeito a um grande distúrbio. O controlador proporcional, na tentativa de corrigir o problema, satura na.

Conseqüentemente, quando o erro é finalmente reduzido, o elevado fator integral acumulado pode fazer com que haja um sobressinal da variável controlada. Uma solução possível seria desconectar a seção do controle integral quando o sistema estiver saturado.

Um outro problema com o controle integral - um controle “verdadeiramente” integral irá somar toda a área da curva *erro / tempo*, desde o tempo inicial. Podemos obter sistemas melhores se o integrador lentamente “esquecer” os efeitos dos erros mais distantes no tempo. Isto pode ser feito permitindo-se que a carga lentamente se dissipe do capacitor  $C_i$  por  $R_6$  (figura C1), [4].

Controle derivativo - Em um sistema de controle real, o sinal de referência é usualmente aumentado ou diminuído em passos discretos. Por exemplo, uma variação do tipo degrau possui uma inclinação positiva infinita, a qual irá saturar a função derivativa.

Uma solução a este problema seria basear o controle derivativo apenas no sinal de realimentação ( $PV$ ) ao invés do erro, uma vez que a variável controlada (posição angular) não pode variar instantaneamente, mesmo que o sinal de referência varie.

---

<sup>1</sup> *Windup* ocorre o acúmulo do Integrador quando um sistema é sujeito a um grande distúrbio.

As variáveis do PID para este sistema modificado passa a ser:

- Saída do controlador PID, Ganho de controle proporcional,
- Erro (desvio do sinal de referência),
- Ganho de controle integral ( $1/TI$ ), Ganho de controle derivativo (TD)
- $e(t) = \text{erro} = (SP - PV)$   $P$  variável do processo (realimentada pelo sensor).

## ANEXO D – FOTOS DO PROJETO

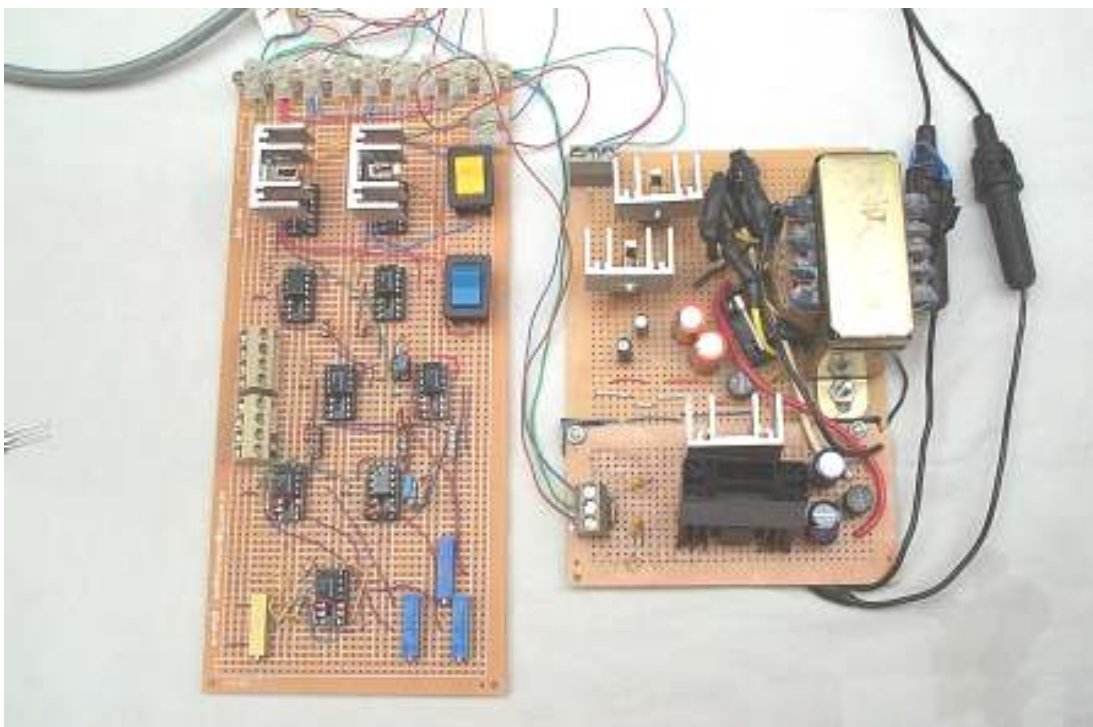


Figura D1 – Placas do circuito do Controlador PID e das fontes de alimentação dos Motores A e B.



Figura D2 – Resposta transitória sendo retirada do sistema operando.



Figura D3 – Módulo de ajuste do controlador P, PI, PD, PID.

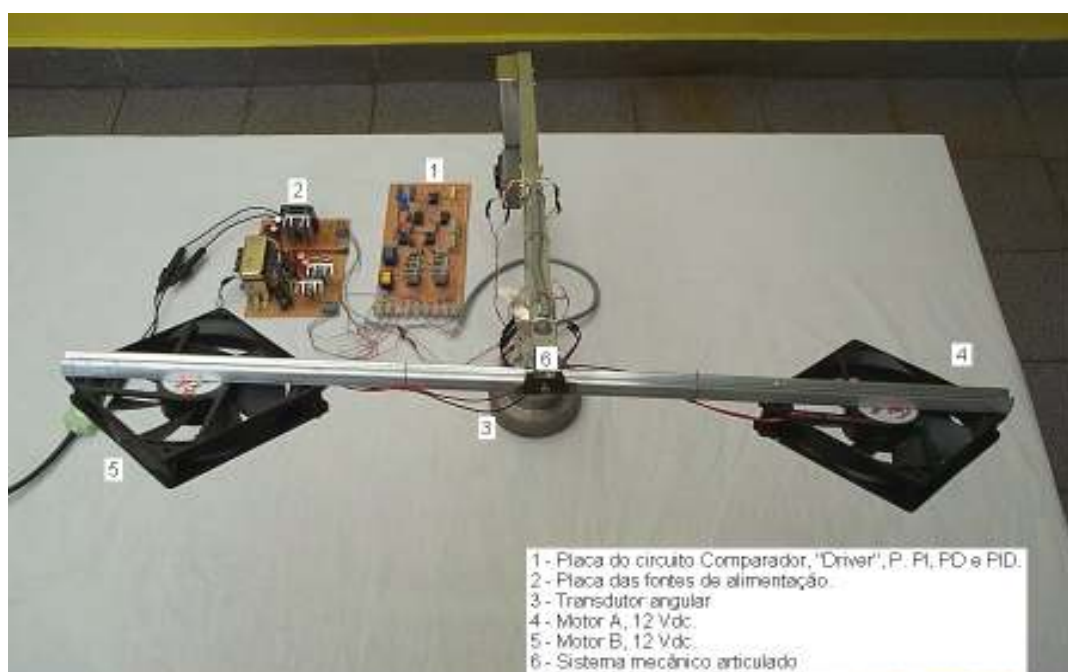


Figura D4 – Vista frontal superior do sistema aerodinâmico após a montagem.





Figura D5 – Sistema operando com controle PID.

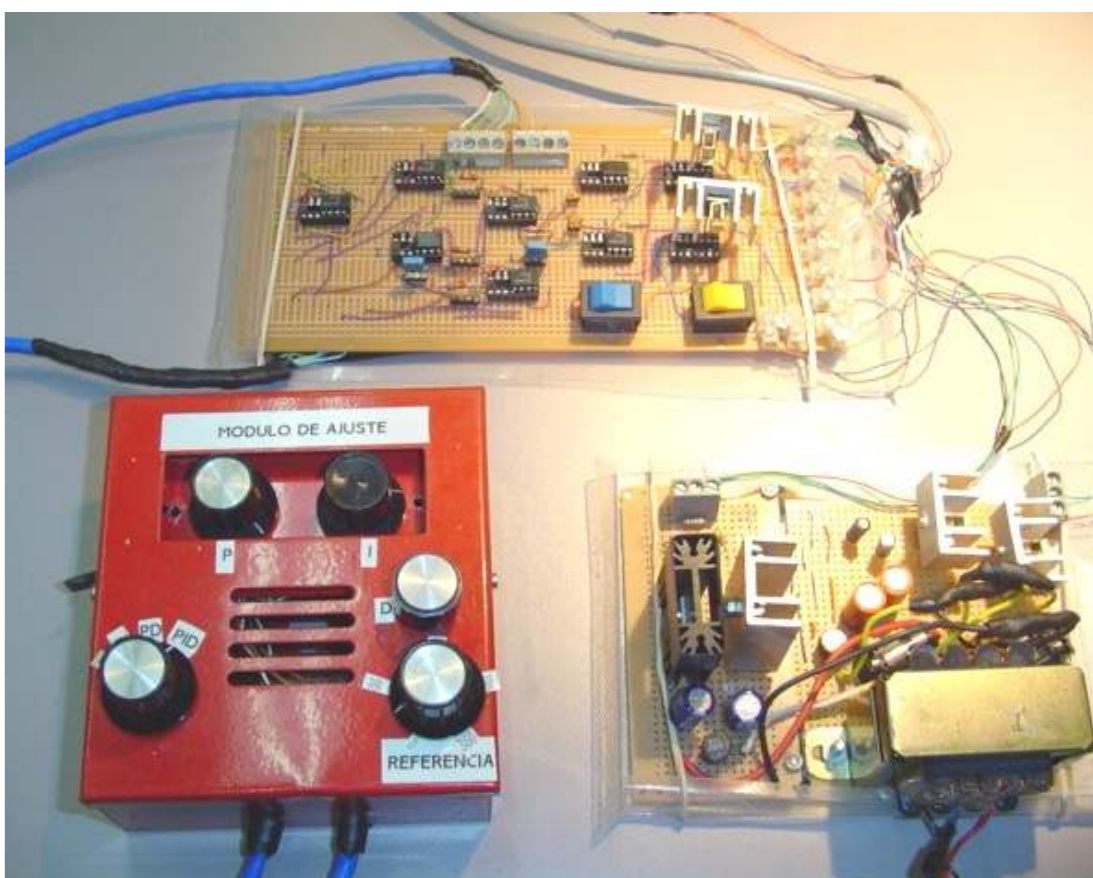


Figura D6 – Vista geral dos módulos de controle, alimentação e ajuste.